Orgaan van
de Nederlandse
Vereniging van
Wiskundeleraren

Vakblad
voor de
wiskundeleraar

64e jaargang
1988 | 1989
maart

Euclides 6

Wolters-Noordhoff

● Euclides ● ● ● ●

Euclides is het orgaan van de Nederlandse Vereniging van Wiskundeleraren. Het blad verschijnt 9 maal per cursusjaar.

Nederlandse Vereniging van Wiskundeleraren

Voorzitter Dr. Th. J. Korthagen, Torenlaan 12, 7231 CB Warnsveld, tel. 05750-2 34 17.
Secretaris Drs J. W. Maassen, Traviatastraat 132, 2555 VJ Den Haag.
Penningmeester en ledenadministratie F. F. J. Gaillard, Jorisstraat 43, 4834 VC Breda, tel. 076-65 32 18. Giro: 143917 t.n.v. Ned. Ver. v. Wiskundeleraren te Amsterdam.

De contributie bedraagt *f* 55,– per verenigingsjaar; studentleden en Belgische leden die ook lid zijn van de V.V.W.L. *f* 37,50; contributie zonder Euclides *f* 30,–.
Adreswijziging en opgave van nieuwe leden (met vermelding van evt. gironummer) aan de penningmeester.
Opzeggingen vóór 1 juli.

Inlichtingen over en opgave voor deelname aan de leesportefeuille (buitenlandse tijdschriften) aan F. M. W. Doove, Severij 5, 3155 BR Maasland.
Giro: 1609994 t.n.v. NVvW leesportefeuille te Maasland.

Artikelen/mededelingen

Artikelen en mededelingen worden in drievoud ingewacht bij drs M. C. van Hoorn, Postbus 9025, 9703 LA Groningen. Zij dienen machinaal geschreven te zijn en bij voorkeur te voldoen aan:

- ruime marge
- regelafstand van 2
- 48 regels per kolom
- maximaal 47 aanslagen per regel
- liefst voorzien van (genummerde) illustraties
- die gescheiden zijn van de tekst
- aangeleverd in zo origineel mogelijke vorm
- waar nodig voorzien van bijschriften

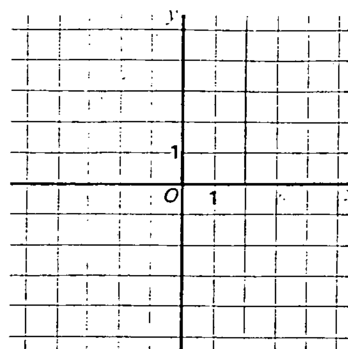
De auteur van een geplaatst artikel ontvangt kosteloos 5 exemplaren van het nummer waarin het artikel is opgenomen.

Abonnementen niet-leden

Abonnementsprijs voor niet-leden *f* 52,00. Een collectief abonnement (6 ex. of meer) kost per abonnement *f* 32,00.
Niet-leden kunnen zich abonneren bij:
Wolters-Noordhoff bv, afd. periodieken, Postbus 567, 9700 AN Groningen, tel. 050-22 68 86. Giro: 1308949.
Abonnees wordt dringend verzocht te wachten met betalen tot zij een acceptgirokaart hebben ontvangen.
Abonnementen gelden telkens vanaf het eerstvolgend nummer. Reeds verschenen nummers zijn op aanvraag leverbaar na vooruitbetaling van het verschuldigde bedrag.
Annuleringen dienen minstens één maand voor het einde van de jaargang te worden doorgegeven.
Losse nummers *f* 8,50 (alleen verkrijgbaar na vooruitbetaling).

ISSN 01.65-0394

• Inhoud • • • • •



... het bijschrift 'figuur' oogt enigszins overbodig

• Actualiteit • • • •

▶ Inhaalprogramma natuurkunde voor meisjes

A. M. Dekker-Groen

Het aantal meisjes dat informatica gaat studeren is gering. Een van de oorzaken is dat weinig meisjes natuurkunde in het eindexamenpakket VWO opnemen. Dit vak is, naast wiskunde-B, verplichte voorkennis voor de studie informatica.
De faculteit Informatica van de Universiteit Twente (UT) heeft, in samenwerking met het Onderwijskundig Centrum van de UT, een inhaalprogramma natuurkunde samengesteld. In het onderstaande bericht informeren we docenten wiskunde over dit programma. De informatie is vooral van belang voor docenten die in de bovenbouw van het VWO wiskunde-B geven, omdat zij meisjes kennen die voor het inhaalprogramma in aanmerking komen en ze ook ontmoeten in hun lessen. Zij kunnen belanghebbenden inlichten over het programma.
Voorwaarden om aan dit programma deel te nemen zijn dat de meisjes:

- beschikken over voldoende capaciteiten om op het VWO-eindexamen een voldoende voor natuurkunde te kunnen halen,
- een voldoende hebben voor VWO-wiskunde B,
- een positieve houding hebben ten opzichte van natuurkunde.

Overigens is het programma niet gesloten voor jongens, maar meisje gaan voor. Aan het programma kunnen jaarlijks tien personen deelnemen.
Belangrijk is te weten dat als de hardware kant (apparatuur) binnen de studie gekozen wordt het vak natuurkunde erg belangrijk is. Dit geldt in iets mindere mate voor de software kant (programmatuur).
Het inhaalprogramma bestaat uit een theoretisch en een praktisch gedeelte. Het theoretische deel wordt getentamineerd. Een voldoende voor het tentamen geeft recht op toelating tot het eerste studiejaar van de informatica-studie. Dit deel, dat in de zomervakantie plaatsheeft, bestaat grotendeels uit zelfstudie (ongeveer 100 uur). Daarnaast is er begeleiding in de vorm van een uitgebreide studiehandleiding en in aansluiting daarop een inleidende bijeenkomst, enkele contactdagen, telefonisch spreekuur en een vragenuur. Het praktische deel wordt gegeven tijdens het eerste studiejaar. Het omvat een inleidend practicum dat ongeveer 15 uur vergt.
Voor vijf vakken uit het gemeenschappelijk programma van de studie informatica zijn natuurkundige kennis en vaardigheden nodig. Het gaat vooral om het eerstejaars vak elektronische netwerken, dat onder andere is bedoeld als oriëntatie op de hardware kant van de studie. Hiervoor is het gewenst in elk geval aandacht te besteden aan de onderwerpen mechanica, kinematica, magnetisme, elektrostatica, elektriciteitsleer en de opbouw van materie. Bij de vier andere vakken zijn één of meerdere van deze onderwerpen in mindere mate van belang.
Op basis van de vereiste voorkennis is een indeling naar vier onderdelen gemaakt: mechanica, trillingen, elektromagnetisme en elektronica. Mechanica en trillingen zijn opgenomen om kennis aan te reiken voor elektromagnetisme. Mechanica is ook bedoeld om te leren werken met modellen (mathematiseren). Elektromagnetisme moet op VWO-eindexamen-niveau worden beheerst. Elektronica betreft een aanvulling over natuurkunde van de vaste stof, een keuze-onderwerp op het VWO. Het deel over halfgeleiders uit deze aanvulling biedt een goede aansluiting op het vak elektronische netwerken.

Iedereen die meer informatie wil of zich wil aanmelden kan zich wenden tot A.M. Dekker-Groen, programma-coördinatrice, Onderwijskundig Centrum van de UT, tel. 053-89 32 77/89 20 50 of K. A de Jonge, onderwijsdecaan van de faculteit Informatica van de UT, tel. 053-89 37 50/89 37 94.
Het adres van de UT is:
Postbus 217, 7500 AE Enschede.

▶ Kolom 7

George Schoemaker

Mop over twee gekken:
Ik ga mezelf een brief schrijven.
Wat schrijf je er dan in?
Dat weet ik nog niet, ik moet 'm nog ontvangen.
Mop over meer gekken:
Ik ga eindtermen maken.
Wat schrijf je er dan in?
Dat weet ik nog niet, ik moet eerst een leerplan hebben.
Wat komt daar dan in?
Daarvoor moet ik eerst een globaal plan hebben, een raamplan.
Wat komt daar dan in?
Dat weet ik nog niet zo lang ik geen ervaringen heb met nieuwe en oude materialen op scholen van diverse typen.
Hoe verantwoord je de keuzen voor die nieuwe materialen?
Dan moet ik eerst eindtermen hebben en een raamplan om de docenten in den lande hun mening te kunnen vragen over daarin beschreven ideeën.
Hoe krijg je voor elkaar dat deze nieuwe ideeën een kans van uitvoerbaarheid hebben?
Dan moet ik nascholing en voorlichting gaan opzetten.
Wat licht je voor en school je na?
Dat weet ik nog niet zo lang ik geen ervaringen heb met nieuwe en oude materialen op scholen van diverse typen.
Zo kan ik nog wel even doorgaan met dieren die in hun eigen staart bijten.

De vergelijking met de eerste gekkenmop gaat maar ten dele op. We strijden aan twee fronten:
Aan de ene kant nieuwe materialen in de klas uitproberen waarin getracht wordt vorm te geven aan mooie gedachten over zinvol wiskunde-onderwijs voor alle leerlingen. Al te veel enthousiasme en nadruk aan deze kant leidt tot leuke spullen met een hoge hobbycoëfficiënt en weinig samenhang.
Aan de andere kant proberen we diezelfde mooie gedachten over wiskunde-onderwijs uit te schrijven. Al te eenzijdig enthousiasme aan dit front leidt tot raamplanstukken die knap verhullen dat 't nergens over gaat.
In deze militair strategische terminologie past het woord tangbeweging. De vraag is gerechtvaardigd wie of wat er in de tang komt.
We proberen natuurlijk de problematiek in de tang te krijgen. We zijn al in het stadium van het voorleggen van produkten aan docenten. Van de strijd aan het raamplanfront is iets meer te merken. Het team is nogal terughoudend met de leerlingenmaterialen, en terecht. Iedere keer als je leerlingenmaterialen laat zien die onaf zijn, leidt dat af van grote lijnen die je probeert aan te geven met voorbeelden. De voorlichting en nascholing zijn uitermate belangrijk. Maar eerst moet er meer inhoud en samenhang zijn om over voor te lichten en na te scholen. Geen nascholingsbijeenkomsten met de openingsvraag: 'Wat vindt u dat wij zouden moeten doen?'
Aan één van onze scholen spelen momenteel fusieproblemen. Dat drukt ons met de neus op de realiteit. Hoe groot is de feitelijke marge voor veranderingen als scholen geteisterd worden door fusieproblematiek? Dat de aanvangssalarissen van docenten te laag zijn is echt niet DE oorzaak van het tekort aan wiskundedocenten. Het vooruitzicht van aankomende wiskundeleraren is: een moeilijk begin, een mooi beroep – als je het aankunt – en een grote kans op een ontluisterend eind van je loopbaan. Er zijn weinig oude wiskundeleraren in omloop.
Is nascholing in het huidige onderwijsklimaat gekkenwerk of kan nascholing een middel zijn om de moed erin te houden, te inspireren, een middel om steeds te vernieuwen, plezier te beleven aan de mogelijkheden die je beroep je biedt, passend bij je ervaring en je leeftijd?

▶ De schriftelijke eindexamens wiskunde lbo/mavo eerste tijdvak 1988

G. Bakker

De examens voor het D- en C-niveau bestaan beide uit 30 meerkeuzevragen (60 punten) en 3 respectievelijk 4 open vragen (30 punten).
In tabel 1 staan de belangrijkste resultaten van het examen. Omdat met elke open vraag veel punten zijn gemoeid, zijn die ook in de tabel opgenomen.
Onder p-waarde van een meerkeuzevraag wordt verstaan het percentage kandidaten dat de vraag goed beantwoord heeft.
Bij open vragen wordt hiertoe de p'-waarde berekend: dat is de gemiddelde score gedeeld door de maximaal haalbare score. De resultaten voor het gehele C-niveau staan vermeld in de laatste kolom. In de laatste twee kolommen zijn de schooltypen evenredig vertegenwoordigd.
De opzet van de examens is gelijk gebleven aan die van 1987. De meerkeuzevragen zijn zo concreet mogelijk geformuleerd. De adviescommissies en de vaksectie hebben net als vorig jaar getracht substitutiemogelijkheden vanuit de alternatieven zo veel mogelijk te beperken. Het aantal alternatieven per vraag is gemiddeld toegenomen om de diverse fouten die gemaakt kunnen worden te verwerken. Het tegengaan van substitutie én de vele fouten die kandidaten kunnen maken, leiden bij een aantal vragen tot alternatieven als 'Het antwoord ligt tussen... en ...'; 'De oplossing ligt in het interval..."; 'Het antwoord ligt het dichtst bij...'. Daarbij wordt er naar gestreefd dat fouten niet tot het goede alternatief leiden.
Hoewel de meerkeuzevragen gemiddeld zeker enkelvoudiger zijn dan in de jaren voor 1987, kan het feit dat nauwelijks meer vanuit de alternatieven gewerkt kan worden en het aantal alternatieven groter is er een oorzaak van zijn dat de resultaten achterblijven bij de verwachtingen.

	mavo-D	mavo-C	lto-C	leao/lhno llo/lmo-C	mavo/ lbo-C
aantal kandidaten in steekproef	2504	2310	650	838	1907
gemiddelde p-waarde van de 30 meerkeuzevragen	57,2	51,6	53,8	40,2	49,5
p'-waarden open vraag 31	66	87	80	73	81
„ open vraag 32	64	57	56	32	50
„ open vraag 33	4	13	31	15	20
„ open vraag 34	–	41	51	46	46
gemiddelde score meerkeuze vragen	34,3	31,0	32,3	24,1	29,7
„ „ open vragen	13,5	12,3	14,7	11,0	12,9
„ „ totaal	47,8	43,3	47,0	35,1	42,6
door CEVO vastgestelde cesuur	42/43	40/41	40/41	40/41	40/41
gemiddeld cijfer	6,0	5,7	6,0	5,0	5,6
percentage onvoldoendes	35	41	38	66	45
betrouwbaarheid meerkeuzevragen	0,70	0,62	0,74	0,68	0,73
„ open vragen	0,45	0,40	0,55	0,56	0,53
„ totaal	0,71	0,66	0,76	0,72	0,74

Tabel 1

Om voor een goede validiteit te zorgen maken de adviescommissies gebruik van een toetsmatrijs waarin leerstofcomponenten en gedragscomponenten worden onderscheiden.
Een uiterlijke verandering betreft de lay-out van de examens die nu voor alle vakken en schooltypen uniform is. De vraagnummers worden gevolgd door een open of gesloten vierkantje voor de vraag zelf. Dit voorkomt dat er vragen vergeten worden en geeft de mogelijkheid tot doornummering van alle vragen.

Mavo-D

Slecht gemaakt zijn de volgende meerkeuzevragen over de balk waaruit een kubus met ribbe 1 is weggehaald (zie figuur 1):
Vraag 22 'Bereken KC in één decimaal nauwkeurig';
Vraag 23 'Bereken de oppervlakte van het lichaam.'
De p-waarden zijn respectievelijk 33 en 12.

Figuur 1

Tabel 2 geeft een gedetailleerd beeld van de resultaten op de meerkeuzevragen bij mavo-D. In de tweede kolom is het goede antwoord vermeld. In de andere kolommen staan de percentages kandidaten vermeld die een bepaald alternatief kiezen.

Evenals in 1987 zijn er drie open vragen. De open vragen worden zo geconstrueerd dat procesmatige activiteiten in de puntentoekenning betrokken worden.

Toets- en itemanalyse – Cito, Arnhem
Analyse meerkeuzevragen wiskunde-D mavo-populatie

Vraag	sleutel	A	B	C	D	E	F
1	C	3	1	92*	3	1	1
2	D	7	5	2	70*	3	13
3	B	11	46*	7	8	23	5
4	C	2	6	53*	7	26	6
5	B	10	53*	20	9	2	5
6	B	3	33*	47	12	3	2
7	A	66*	7	6	12	4	5
8	D	2	4	23	47*	5	20
9	C	5	20	54*	14	4	3
10	E	4	8	11	16	56*	5
11	A	69*	19	9	3		
12	B	2	49*	19	7	9	14
13	B	13	62*	8	17		
14	D	13	3	5	46*	15	17
15	D	11	10	23	39*	7	11
16	D	1	43	2	44*	6	3
17	B	6	89*	5			
18	E	7	8	5	29	52*	
19	D	15	7	3	70*	2	3
20	A	48*	20	12	7	13	
21	B	1	77*	22			
22	B	12	33*	22	26	4	3
23	E	58	4	17	4	12*	5
24	C	2	8	59*	11	15	5
25	C	16	1	80*	3	0	0
26	D	5	3	3	85*	2	1
27	C	11	29	40*	8	12	
28	B	12	63*	11	9	2	4
29	C	15	4	81*			
30	B	17	49*	33			

aantal kandidaten: 2504
gemiddelde score: 34,34
standaarddeviatie: 8,85
gemiddeld percentage goed: 57,2

Tabel 2

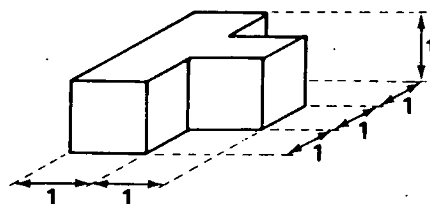
Bovendien wordt bij de open vragen een zekere mate van inventiviteit van de kandidaten verwacht. In vraag 31 gaat het om bekende algoritmes als het toepassen van de stelling van Pythagoras en de

cosinusregel. Deze vraag wordt goed gemaakt. Vraag 32 gaat over het berekenen van de oppervlakte van een ΔODE voor $p = 1\frac{1}{2}$. De kandidaat ondervindt hierbij weinig moeilijkheden.
In vraag 33 moet de kandidaat berekenen voor welke waarden van p de oppervlakte van ΔODE tussen $37\frac{1}{2}$ en 180 ligt. Dat deze vraag niet hoog scoort, was te verwachten, maar dat slechts 4% van de punten wordt behaald is verbazingwekkend. Het lukt kennelijk niet om te overzien hoe zo'n samengesteld probleem stap voor stap opgelost kan worden: de oppervlakte uitdrukken in p ($6p^2$); het oplossen van $6p^2 = 37\frac{1}{2}$ en $6p^2 = 180$; het trekken van de conclusie dat p tussen $2\frac{1}{2}$ en $\sqrt{30}$ ligt. Toetstechnisch heeft het geen zin zo'n vraag op te nemen. Wellicht zou de formulering 'Druk de oppervlakte van ΔODE uit in p en bereken voor...' iets betere resultaten te zien hebben gegeven. De kandidaten zijn te zeer gewend aan opstapvragen. Vraag 32 was ook bedoeld als opstap voor vraag 33, maar heeft niet die functie vervuld.

De gemiddelde score op de open vragen is 2 punten hoger dan in 1987, maar op de meerkeuzevragen 3 punten lager.
De cesuur is door de Cevo vastgesteld op 42/43, in verband met problemen bij de scoring die dit jaar voor het eerst op de scholen plaatsvond. Het percentage onvoldoenden is daarmee 35 (vorig jaar 36).
Het D-examen is ook gemaakt door lbo-kandidaten met een gemiddelde score van 49,6. Dat is beter dan bij mavo-D.
Er zijn geen vragen die opvallend veel bijdragen aan de betrouwbaarheid. De betrouwbaarheid van de open vragen blijft iets achter bij die van de meerkeuzevragen omdat vraag 33 niet werd gemaakt. De correlatiecoëfficiënt tussen de deeltoetsen is 0,48.

Leao/lhno/llo/lmo/lto/mavo-C

Een paar voorbeelden van veel gemaakte fouten bij de meerkeuzevragen zijn $2x < -12 \Leftrightarrow x > -6$ (22%), $-3^2 = 9$ (38%) en $2a^3 \cdot 5a^3 = 10a^3$ (24%) of $10a^9$ (27%). Tekortkomingen zijn er bij het aflezen van de oplossingsverzameling van $f(x) < g(x)$ uit de grafiek (vraag 4), het herkennen van de hoogtelijn (vraag 20), het kennen van de eigenschappen van een parallellogram (vraag 21).
Een groot probleem openbaart zich, net als vorig jaar, in het kennen en onderscheiden van de begrippen omtrek, oppervlakte en inhoud.
Voor 60% van de C-kandidaten is in vraag 24 de oppervlakte van het in figuur 2 getekende lichaam 4. Slechts 23% komt tot het goede antwoord.



Figuur 2

Een goed resultaat zien we bij vraag 22 over bouwplaten en vraag 27 over een beker met een rietje, vooral bij lto dat de meeste metriek-vragen veel beter maakt dan mavo.
Het is voor het eerst dat de gemiddelde score bij mavo-C ver achterblijft bij die van lto-C.

In tabel 3 staan de resultaten op de meerkeuzevragen bij mavo/lto/leao/(lhno/llo/lmo-C. In de tweede kolom is weer het goede antwoord vermeld, in de andere kolommen staan de percentages kandidaten vermeld die een bepaald alternatief kiezen.

De open vragen blijken voor de kandidaten wat toegankelijker te zijn dan vorig jaar.
De vragen 31 en 32 over lijnen en hun snijpunt betreffen algoritmes waarmee de kandidaten vertrouwd zijn.
Vraag 33 over de oppervlakte van een vierhoek is ver beneden verwachting gemaakt, vooral bij mavo, dat slechts 13% van de punten behaald.
Vraag 34 over het maken van een cirkeldiagram van 4 soorten fruitbomen kwam deze keer als open vraag. Men haalde op die vraag 46% van de punten.

Analyse meerkeuzevragen wiskunde-C gehele populatie

Vraag	sleutel	A	B	C	D	E	F
1	D	8	5	13	69*	4	
2	A	63*	22	4	4	2	5
3	C	7	5	76*	12		
4	B	6	38*	22	20	7	7
5	D	11	18	15	24*	25	7
6	B	27	30*	18	13	10	3
7	A	42*	4	10	4	3	38
8	E	9	25	11	14	33*	7
9	C	13	5	63*	6	13	
10	F	8	27	9	18	3	35*
11	D	11	23	10	42*	9	4
12	F	2	9	6	5	14	64*
13	B	18	70*	13			
14	C	7	2	59*	17	10	5
15	A	60*	8	10	4	18	
16	C	6	37	40*	13	2	1
17	C	20	5	53*	6	8	8
18	B	27	51*	22			
19	B	41	44*	14			
20	A	46*	10	37	8		
21	B	1	38*	7	53	1	
22	C	7	11	75*	3	3	2
23	E	4	7	7	4	71*	8
24	D	60	7	5	23*	2	3
25	C	15	12	39*	7	3	24
26	D	6	11	11	39*	10	23
27	D	9	5	6	61*	9	9
28	F	4	3	9	21	5	58*
29	E	9	10	5	24	25*	27
30	C	5	25	54*	16		

aantal kandidaten: 1907
gemiddelde score: 29,69
standaarddeviatie: 9,60
gemiddeld percentage goed: 49,5

Tabel 3

Vanwege het hoge percentage onvoldoenden én eventuele problemen tengevolge van handscoring heeft de Cevo de cesuur vastgesteld op 40/41. Het percentage onvoldoenden kwam hiermee op 45 (vorig jaar 41).

In vergelijking met 1987 scoort mavo 6 punten lager bij de meerkeuzevragen en 1 punt lager bij de open vragen. Voor het lbo is dat respectievelijk 2 punten lager en 2 punten hoger.
De grootste bijdrage aan de betrouwbaarheid leveren vraag 31 en vooral vraag 32. Vraag 34 heeft een negatieve invloed op de betrouwbaarheid. Dit komt door het feit dat statistiek wat minder met de overige wiskunde samenhangt en er wat minder aandacht aan wordt besteed. Behalve voor mavo-C is de betrouwbaarheid van het examen als geheel goed te noemen.

Het examen van 1989 zal dezelfde opzet hebben als dat van 1988. In 1989 blijft goniometrie in het C-examen opnieuw beperkt tot het schoolonderzoek.

Over de auteur:

Gert Bakker is werkzaam als wetenschappelijk medewerker wiskunde op het Cito. Hij begeleidt adviescommissies van docenten wiskunde die examenvoorstellen voor de Cevo maken.

Mededeling

De Leesportefeuille van de Nederlandse Vereniging van Wiskundeleraren biedt een twintigtal buitenlandse tijdschriften op het gebied van de wiskunde, de didactiek van de wiskunde en de didaktiek van de informatica.
De Leesportefeuille richt zich op leraren maar ook op docenten aan instituten.
Het nieuwe leesjaar is weer begonnen.
Als u interesse heeft: een briefje aan
F. M. W. Doove, Severij 5, 3155 BR Maasland
is voldoende. U krijgt per omgaande alle informatie.

▶ Examenbesprekingen wiskunde C- en D-programma voor lbo en mavo

Op 16 plaatsen in het land organiseerde de Nederlandse Vereniging van Wiskundeleraren in mei 1988 examenbesprekingen van de C- en D-examens wiskunde.
Hoewel het aantal deelnemers sinds de invoering van 'één zitting' en '70-30' kleiner is geworden, was de opkomst toch nog redelijk te noemen. Kennelijk stellen velen het op prijs om informatie over het examen uit te wisselen en hun ervaringen te bespreken met collega's.
Elke bijeenkomst begon met een presentatie van onze Vereniging en een oproep aan de aanwezige niet-leden om lid te worden.
Van de besprekingen van het C-examen werden 11 verslagen en van het D-examen 13 verslagen ingezonden. Een weergave van deze verslagen volgt hier. De vermelde getallen geven het aantal bijeenkomsten aan waar men in meerderheid blijk gaf van de gegeven kwalificatie.

	C	D
1 Het niveau van het examen was normaal	8	13
Het examen was gemakkelijk	0	0
Het examen was moeilijk	3	0
2 De redactie van de opgaven was correct	11	12
Veel aanmerkingen op de redactie van de opgaven	0	1
3 De tijd van 120 minuten voldeed	3	4
Er was sprake van tijdnood, tijddruk	8	9
4 De normering van de open vragen was goed	11	13
Veel aanmerkingen op de normering	0	0

Uit de verslagen blijkt dat er vaak discussie is geweest over detailpunten en algemene zaken. Alle gemaakte opmerkingen zullen ter kennis gebracht worden aan de vaksectie wiskunde lbo-mavo van de CEVO. Een samenvatting volgt hier.

Het C-examen

sub 1 Aan het behandelen van de tweedegraads functie wordt veel aandacht besteed. Daarom werd dit onderwerp door velen gemist bij de open vragen.
Opgave 34 bleek voor velen, leerlingen én docenten, een onaangename verrassing, omdat het cirkeldiagram slechts zelden ter sprake komt. Hier en daar vond men dat het onderwerp statistiek beter in de gesloten vraagsom kan worden getoetst. Een vraagstuk over een functie zou hier beter op zijn plaats zijn geweest. Leerlingen met handelskennis in hun pakket waren nu bevoordeeld.
Op twee plaatsen werd opgemerkt dat opgave 13 maar weinig met wiskunde te maken had.
Over het algemeen was er waardering voor de open vragen.
Op twee bijeenkomsten werd tot uiting gebracht dat men goniometrie weer terug wilde zien bij het centraal examen: deze mening werd niet door iedereen gedeeld, hetgeen gezien de verschillende herkomst van de C-kandidaten begrijpelijk is.

sub 2 Hier en daar vond men dat er teveel stapelingen in de opgaven 31, 32 en 33 optrad. Met een andere redactie was dit misschien te voorkomen geweest. Verder was alom waardering voor de re-

dactie van de vraagstukken en voor de daarbij behorende tekeningen.

sub 3 Veel docenten signaleerden tijdnood bij de kandidaten. De oorzaak werd niet alleen in de omvang van het werk gezocht, maar ook in het ontbreken van een goede tijdindeling. Er werd geadviseerd een tijdindeling voor de meerkeuzevragen en de open vragen op het examenwerk te vermelden. Verder werd opgemerkt dat door de tijddruk juist de open vragen in het gedrang kwamen.

sub 4 Slechts een enkele opmerking over de normering: de 4 punten voor opgave 31 werd een te geringe beloning geacht vergeleken met de 10 punten voor opgave 33.

Het D-examen

sub 1 Algemeen was men van oordeel dat opgave 33 uit de toon viel door de te hoge moeilijkheidsgraad. Men betwijfelde of opgave 32 door de leerlingen ervaren is als een opstap voor 33.
Voor 20 punten van 90 punten werd er naar de mening van sommigen weinig getoetst. Dit werd wel wat gecompenseerd door een traditionele opgave als 31. Maar juist van deze opgave werd nogal eens opgemerkt dat deze beter bij de gesloten vragen had kunnen staan. Graag had men opgave 31 of 33 willen inruilen voor een vraagstuk over functies.

sub 2 Over het algemeen had men veel waardering voor de redactie van de opgaven ('beter dan vorige jaren') en de bijbehorende tekeningen.
Er was op enkele plaatsen twijfel over de waarde van de tekening bij de opgaven 32 en 33. Deze tekening was voor sommige leerlingen moeilijk te begrijpen omdat er geen eenheid bij de assen vermeld stond. Als de leerlingen de tekening zelf hadden gemaakt, was er waarschijnlijk minder 'ruis' geweest, vond men.
Bij de twee genoemde opgaven werd de onderlinge samenhang hier en daar ongewenst geacht (liever twee aparte opgaven).

sub 3 Op bijna alle bijeenkomsten werd gewag gemaakt van tijddruk en meestal van gebrek aan tijd. Opvallend was dat eigenlijk nergens werd geadviseerd over te gaan op minder vragen. De oplossing van de tijdnood wordt gezocht in een andere indeling van het werk (de open vragen niet achteraan; de tijdnood werd als een belangrijke oorzaak gezien voor het verlies van álle 10 punten bij de laatste opgave) of het vermelden van een tijdindeling bij de opgaven.

sub 4 Er werd opgemerkt dat de 10 punten voor opgave 31 nogal afsteken tegen de punten die de leerling krijgt voor opgave 20 (beide een balk met mogelijk gebruik van de cosinusregel).
Nog een uitspraak: 'Voor de berekening van ...' in de tekst van het nomeringsvoorschrift is niet juist als er in de opgave niet naar een berekening gevraagd wordt (dit was b.v. het geval bij opgave 31).

Algemeen

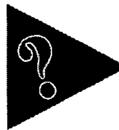
a De 70-30-maatregel.
Daar waar dit onderwerp ter sprake kwam gaf men opnieuw uiting aan het verlangen naar een examen met hoofdzakelijk of uitsluitend open vragen ('liever 30-70 dan 70-30').

b De correctieprocedure.
Er was grote ontevredenheid over de gang van zaken bij het corrigeren van de meerkeuzevragen (rekening houden met de toevoeging bij een letter, het dubieuze karakter van deze toevoeging en het mogelijk oneigenlijk gebruik hiervan). Toch werd in geen enkel verslag geadviseerd om het CITO dit werk weer te laten doen. Wel kwam men met allerlei ideeën om de correctie in de school naar behoren te kunnen uitvoeren: het gebruik van hoofdletters bij de alternatieven, het gebruik van een uniform antwoordblad, het omcirkelen van letters en het afschaffen van de meerkeuzevorm.
Velen waren van mening dat de meerkeuzevorm van de gesloten vragen in de toekomst achterwege kan blijven nu de score niet meer met behulp van de computer wordt bepaald. Bovendien is de vraagvorm de afgelopen jaren dusdanig verbeterd dat de meeste meerkeuzevragen direct korte open vragen worden als de alternatieven zouden worden weggelaten.

c Voorblad.
Op drie bijeenkomsten maakte men melding van leerlingen die ook bij de meerkeuzevragen berekeningen, tekeningen, e.d hadden ingeleverd. Deze leerlingen waren na lezing van het voorblad van mening dat dit vereist was, hetgeen bij sommigen nog versterkt zou zijn door opdrachten als 'teken', 'bereken', enz. bij de meerkeuzevragen.

d Lay-out.
Hier en daar toonde men zich tevreden met de nieuwe lay-out. Daarnaast bestond er veel kritiek; geadviseerd werd:
het gebruik van hoofdletters,
de overbodige woorden en strepen bij de figuren en tabellen weglaten,
het opgavenummer bij het begin; een blokje voor de vraag,
meer spatie tussen de opgaven,
een groter lettertype,
de opdracht 'Schrijf...' bovenaan het blad met de open vragen beter laten uitkomen,
situaties als een volkomen losstaande, tussen twee opgaven in zwevende zin voorkomen (zie D-examen tussen opgave 27 en 28),
een streep tussen elk tweetal vraagstukken.

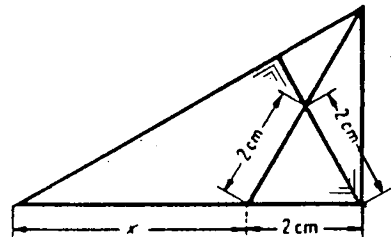
Een streep onder het examen 1988, waarvan wij hopen dat het tezamen met de begeleidende informatie in dit nummer, een goede oefening zal kunnen zijn voor uw leerlingen van 1989.



Denkopgaven

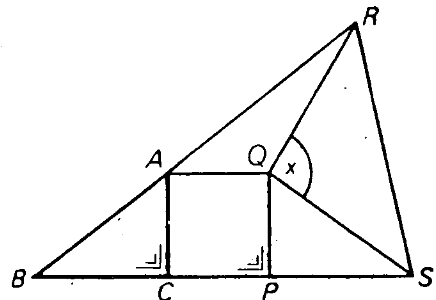
6a

Een rechthoekige driehoek. Langs de hoogtelijn naar de schuine zijde ligt een gelijkzijdige driehoek; één zijde hiervan ligt langs een rechthoekszijde van de rechthoekige driehoek, het verlengde van een andere zijde gaat door een hoekpunt.
Hoe lang is lijnstuk x?



6b

Een rechthoekige driehoek ABC.
$AB = 30, AC = 18$. $ACPQ$ is een vierkant. De punten R en S liggen respectievelijk op de verlengden van BA en BC. $AR = CS = 45$.
Is $QR = QS$?
Is hoek x recht?



▶ Over de mavo/lbo-examens van 1988

M.C. van Hoorn

0 Inleiding

Er is in 1988 heel wat afgepraat over de mavo/lbo-examens. Ook de pers heeft zich er uitvoerig mee bemoeid, en uiteindelijk heeft de Staatssecretaris zelfs een examenvoorschrift gewijzigd. Reden genoeg om terug te blikken.
Het bestuur van de Nederlandse Vereniging van Wiskundeleraren haakte in op de commotie met een brief (zie Euclides jaargang 63, nummer 9, juni-juli 1988). In die brief werd aandacht gevraagd voor een alternatief van meerkeuzevragen: *kort-antwoord-vragen.* Reden genoeg om te proberen enkele kort-antwoord-vragen op te stellen, die bruikbaar geweest zouden zijn in de plaats van thans gebruikte meerkeuzevragen.
Verder viel er ook dit jaar kritiek op verscheidene opgaven te beluisteren, niet alleen op meerkeuzevragen overigens. Reden genoeg om de gestelde vragen nog eens te bezien.

1 Formaliteiten

1.1 *Fraude?*
De meeste opwinding ontstond door een gloednieuw voorschrift, vermeld bij de examen-opgaven voor de C- en D-kandidaten:

Bij meerkeuzevragen moet de letter van het juiste antwoord en moeten het eerste en laatste woord (of getal, teken of symbool) van dat antwoord genoteerd worden.
(In plaats van het eerste of laatste woord of symbool mag je ook het gehele antwoord opschrijven.)

Of de kandidaten allen kennis genomen hebben van dit voorschrift, dat kan zijn, maar niet elke kandidaat scheen ervan te weten (de scholen hadden in maart bericht gehad). Hier en daar werd er tijdens het examen op geattendeerd.
Dit zou allemaal niet zo erg zijn – als er maar íets stond, letter en/of stukje antwoord – dan zouden de correctoren zich er wel mee kunnen redden, ware het niet dat de letter en het stukje antwoord niet steeds met elkaar bleken overeen te stemmen. Hoe moest dat? Verschaften leerlingen zich aldus dubbele kansen op een juist antwoord?
In sommige media werd gesproken van frauduleuze handelingen. Gerechtelijke stappen zijn niet gemeld. Uiteindelijk besliste de Staatssecretaris dat alléén de letter moest worden bekeken; daarmee werd het vreemde voorschrift derhalve vervallen verklaard.
De vraag rijst waarom dit voorschrift was gegeven: opdat de correctoren zich niet zouden kunnen vergissen? Hoe dit ook zij, het voorschrift is ongedaan gemaakt, en we kijken met spanning uit naar wat de kandidaten in 1989 wordt voorgeschoteld.

1.2 *Een nieuwe outfit*
De examen-opgaven hadden dit jaar een nieuw uiterlijk gekregen: voor alle vakken hetzelfde uiterlijk; ook de havo- en vwo-examens waren aldus vernieuwd.
Zo kennen we sinds 1988 het subtiele onderscheid tussen *vraag* en *opgave*. Zie opgave 1 van het C-examen, waarbij de vragen 31, 32 en 33 behoren (illustratie 1).
Een verbetering, dit onderscheid tussen *vraag* en *opgave*? Bij de mavo/lbo-examens zijn de eerste 30 vragen meerkeuzevragen; voor havo en vwo zijn er geen meerkeuzevragen, en zo kan daar *opgave* 1 bestaan uit de *vragen* 1, 2 en 3 (illustratie 2).

Opgave 1

Gegeven zijn de lijnen l: $y = 2x + 5$ en m: $y = -\frac{1}{2}x - 4$.

31 □ Teken l en m in één assenstelsel.

S is het snijpunt van l en m.

32 □ Bereken de coördinaten van S.

De lijn l snijdt de y-as in A en de lijn m snijdt de y-as in B.
T is het punt $(5, 2)$.

33 □ Bereken de oppervlakte van vierhoek $ASBT$ in één decimaal nauwkeurig.

Illustratie 1

Dat deze manier van nummeren behalve voordelen (welke weten we niet) ook nadelen met zich mee brengt, dat is duidelijk. Zowel kandidaten als correctoren moeten de nummers van de vragen en die van de opgaven uit elkaar houden. *Vraag* 2 is iets geheel anders dan *opgave* 2.

Verder zijn de nummers van de vragen pas ná de gegevens geplaatst, zie vraag 3 van het C-examen (illustratie 3), zodat bovendien goed gekeken moet worden waar de tekst die bij een vraag hoort begint.

Opgave 1

In R_2 zijn ten opzichte van een rechthoekig assenstelsel Oxy gegeven de parabool p met vergelijking $y = \frac{1}{4}x^2$ en
de lijn l met vectorvoorstelling $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}$.

1 □ Bereken de coördinaten van de snijpunten van p en l.

Een lijn m met richtingscoëfficiënt 6 raakt p in het punt A, snijdt de x-as in het punt B en snijdt de y-as in het punt C.

2 □ Onderzoek of B het midden is van het lijnstuk AC.

Een cirkel c met middelpunt M snijdt de y-as in de punten $O(0, 0)$ en $P(0, 4)$.
De afstand van M tot l is gelijk aan $2\sqrt{2}$.

3 □ Stel een vergelijking op van c.

Illustratie 2, (HAVO-1, 1988)

Gegeven zijn de functies

$f: x \to x - 3$ en $g: x \to 2x - 3$.

3 ■ Teken hiernaast de grafieken.

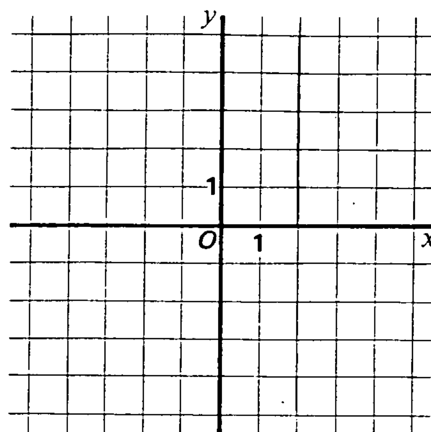
Voor de grafieken van f en g geldt

a ze zijn evenwijdig

b ze snijden elkaar op de x-as

c ze snijden elkaar op de y-as

d ze snijden elkaar, maar niet op een as



Illustratie 3

Waarom zou er, om de vragen uit elkaar te houden, na elke vraag niet gewoon een dikke zwarte streep getrokken kunnen worden? (Dat elke bijgevoegde tekening werd voorzien van het bijschrift 'figuur') oogt enigszins overbodig.)

1.3 *Correctie*

Het lijkt er op dat er bij de CEVO (Centrale Examencommissie) zorgen bestaan omtrent de uitvoering van de correctie, gezien de volgende wijze raad, afgedrukt bij alle correctievoorschriften.

Het verdient aanbeveling de scoring van het werk van kandidaten per vraag uit te voeren en tijdens de scoringsprocedure de volgorde van examenwerken enkele keren te wijzigen. Dit om ongewenste beoordelingseffecten tegen te gaan.

Of de zorgen van de CEVO gerechtvaardigd zijn blijft in het ongewisse. Bij examens die uit 30 meerkeuzevragen en 3 of 4 open vragen bestaan zal het wel loslopen, zou men zo zeggen.

Merkwaardig is dat het onderscheid tussen 'score' voor mavo en lbo enerzijds, en voor havo en vwo anderzijds is gehandhaafd.

Voor mavo en lbo geldt:

Voor het schriftelijk werk kunnen maximaal 90 scorepunten toegekend worden. De kandidaat krijgt geen scorepunten vooraf. De score voor het schriftelijk werk wordt dus uitgedrukt op een schaal van 0 tot en met 90 punten.

Voor havo en vwo geldt:

Voor het schriftelijk werk kunnen maximaal 100 scorepunten toegekend worden. Elke kandidaat krijgt vooraf 10 scorepunten. De score voor het schriftelijk werk wordt dus uitgedrukt op een schaal van 10 tot en met 100 punten.

Aldus wordt bevorderd dat er verwarring blijft. (Die 10 punten horen er toch bij? Waarom moet dan het totale aantal punten zonder die 10 punten zo'n aparte rol spelen bij de cijfer-toekenning?)

2 Kort-antwoord-vragen

2.1 *Een enorme verbetering*

In Euclides, jaargang 63, nummer 3 (november 1987) vertelt Bert Zwaneveld over het gebruik van kort-antwoord-vragen op de Open Universiteit. Kort-antwoord-vragen zijn open vragen, die (heel) kort beantwoord kunnen worden. Het opstellen en het nakijken ervan gaan heel gemakkelijk, en een gokelement zit er niet in. Er kunnen méér vaardigheden mee getoetst worden dan met meerkeuzevragen, maar er blijven diverse vaardigheden waarvoor 'echte' open vragen nodig zijn.



Jaren geleden al weer stelde het bestuur van de Nederlandse Vereniging van Wiskundeleraren een 'Werkgroep lbo/mavo-examen' in, die zich moest bezinnen op de vorm van het wiskunde-examen, hetwelk met ingang van 1985 in één zitting van 120 minuten zou worden afgenomen; vóór 1985 waren er twee zittingen, een meerkeuzevragen-zitting en een open-vragen-zitting.
De werkgroep deed verslag van haar bevindingen in Euclides, jaargang 58, nummer 1 (augustus-september 1982). Zij beval het bestuur aan te gaan ijveren voor een examen dat zou moeten bestaan uit:
– 10 à 15 *kort-antwoord-vragen*, waarbij alleen naar het antwoord wordt gekeken, tezamen goed voor ca. 20 punten;
– 10 à 15 *enkelvoudige vragen*, waarbij ook de gedachtengang van de kandidaten in de beoordeling wordt betrokken, tezamen goed voor ca. 50 punten;
– één *meervoudige vraag*, waarbij het accent ligt op de gedachtengang, en waarbij de problematiek complexer is, goed voor ca. 20 punten.
(N.B. de werkgroep bedoelt met een meervoudige vraag een 'gewoon' vraagstuk met 3, 4 of 5 onderdelen.)
Dit mooie plan is geen werkelijkheid geworden. In 1985 en in 1986 bestond het examen voor 50% uit meerkeuzevragen, in 1987 was dat 70% geworden. Een examen met 70% kort-antwoord-vragen – zoals thans voorgesteld door het bestuur van de Nederlandse Vereniging van Wiskundeleraren – beantwoordt nog niet aan de bedoelingen van de Werkgroep lbo/mavo-examen, maar van een enorme verbetering zou zeker sprake zijn.

2.2 *Voorbeelden van kort-antwoord-vragen*
Voornoemde werkgroep voegde bij haar eindverslag een 30-tal voorbeelden van kort-antwoord-vragen; ze staan afgedrukt in Euclides, jaargang 58, nummer 1, op de bladzijden 8 t/m 11.
Heel wat meerkeuzevragen die in de mavo/lbo-examens van 1988 voorkwamen kunnen simpel worden omgezet in een kort-antwoordvraag. Bijvoorbeeld de volgende.

C-examen, vraag 1 (illustratie 4).

1 ■ Los op: $6(x - 2) = x + 12$.
De oplossing ligt tussen
a $-\frac{1}{2}$ en 1
b 1 en $2\frac{1}{2}$
c $2\frac{1}{2}$ en 4
d 4 en $5\frac{1}{2}$
e $5\frac{1}{2}$ en 7

Illustratie 4

Als kort-antwoord-vraag wordt dit:
Los op: $6(x - 2) = x + 12$

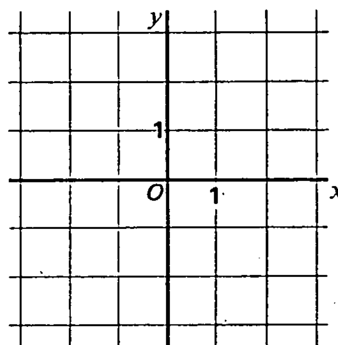
C-examen, vraag 12 (illustratie 5).
Om hiervan een kort-antwoord-vraag te maken kan gewoon alles (tekst + plaatjes) vervallen, te beginnen met de zin 'Welke figuur is goed?'

De twee gegeven voorbeelden maken al duidelijk dat de zgn. alternatieven van de meerkeuzevragen in vele gevallen eenvoudig weggelaten kunnen worden. De moeilijkheidsgraad van de verkregen kort-antwoord-vraag zal iets groter zijn, omdat over het juiste antwoord geen informatie wordt verschaft, maar gokken kan niet meer en de correctie blijft heel snel uitvoerbaar.

Vragen over twee beweringen – die nog sporadisch voorkomen – worden niet zozeer moeilijker; er zijn wellicht zelfs gemakkelijker punten mee te behalen. Zie het C-examen, vraag 20 (illustratie 6).
Hier komen twee kort-antwoord-vragen tevoorschijn:
(1) is lijn 1 een hoogtelijn van driehoek ABC?
(2) is lijn 2 de middelloodlijn van zijde AC?
Hier komt nog bij dat, als van de meerkeuzevragen zou worden afgestapt, enige variatie mogelijk wordt. In plaats van (1) zou bijvoorbeeld gevraagd kunnen worden:
(1)' vul in: lijn 1 is een .... van driehoek ABC.
Ook aldus is een kort-antwoord-vraag verkregen. Dat hier louter naar woorden wordt gevraagd laten we onbesproken.

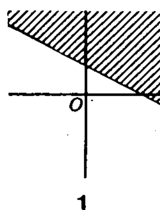
12 ■ Teken hiernaast de lijn $y = -2x + 2$ en arceer de verzameling van alle punten (x, y) waarvoor geldt $y \leqq -2x + 2$.

figuur

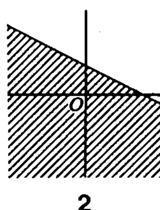


Welke figuur is goed?

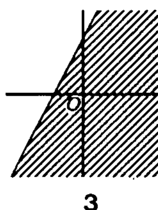
figuren



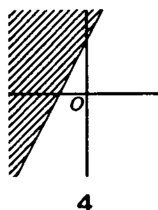
1



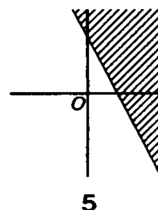
2



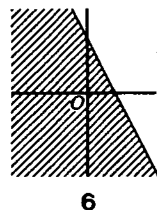
3



4



5



6

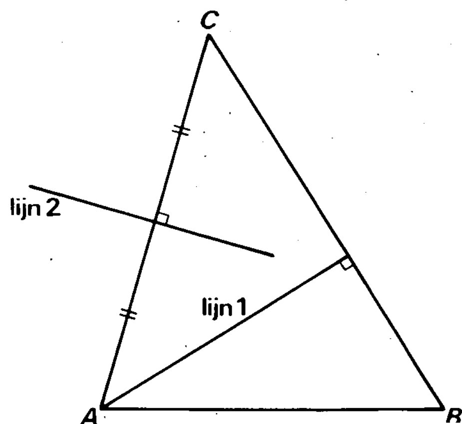
a figuur 1
b figuur 2
c figuur 3
d figuur 4
e figuur 5
f figuur 6

Illustratie 5

20 ■ Ga na of de volgende beweringen over de figuur hiernaast waar zijn.
(1) lijn 1 is een hoogtelijn van ΔABC
(2) lijn 2 is de middelloodlijn van zijde AC

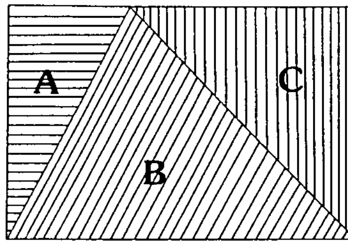
a zowel (1) als (2) is waar
b alleen (1) is waar
c alleen (2) is waar
d geen van beide is waar

figuur



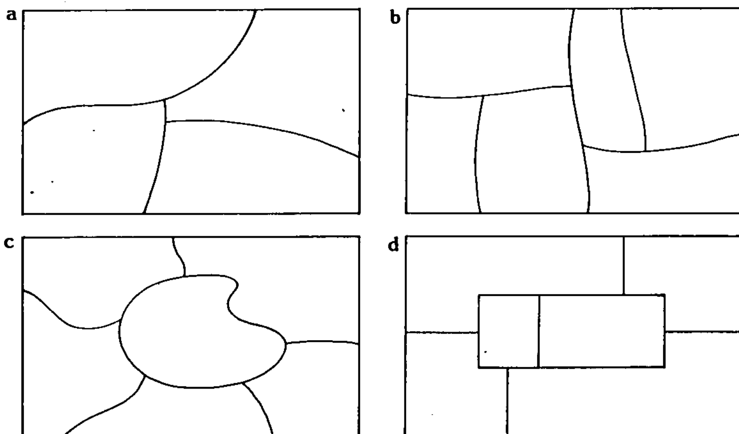
Illustratie 6

Werkblad

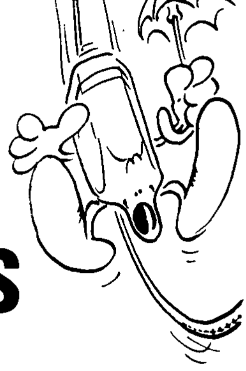


Kleuren op landkaarten

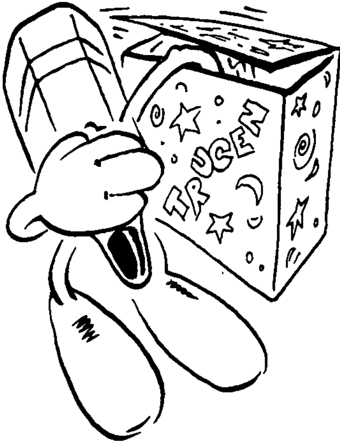
Een bedrijf maakt gekleurde landkaarten. De mensen in het bedrijf willen zo weinig mogelijk verschillende kleuren gebruiken.
Gebieden die aan elkaar grenzen moeten een verschillende kleur hebben. Gebieden die alleen een punt gemeen hebben mogen dezelfde kleur hebben.
Gebied A en gebied B hebben een gemeenschappelijke grens. Ze moeten verschillend gekleurd worden.
Gebied A en gebied C hebben alleen een punt gemeen. Ze mogen dezelfde kleur krijgen.
Kleur nu elk van de vier kaarten hieronder met zo weinig mogelijk verschillende kleuren.



Heuristisch wiskunde-onderwijs



Verslag van een onderwijsexperiment



Anne van Streun

Samenvatting

INSTAP

Het doel van dit onderzoeksproject was het ontwikkelen van wiskunde-onderwijs waarin leerlingen beter dan in het gangbare wiskunde-onderwijs zouden leren hun wiskundige kennis te gebruiken bij het oplossen van problemen. De keuze voor de onderwijssituatie in 4 vwo hield in dat die problemen voor een belangrijk deel een toegepast karaker hadden. Nadat gedurende een aantal jaren lesmateriaal was ontwikkeld dat onderwijs in de bedoelde richting mogelijk zou maken, kwam de proef op de som in het vergelijkend onderwijsexperiment, waarin de leereffecten van HWO (het lesmateriaal voor heuristisch wiskunde-onderwijs dat in het project werd ontwikkeld) werden vergeleken met die van gangbaar onderwijs. De beide andere onderwijsvarianten, die het gangbare onderwijs vertegenwoordigden, zijn WEDT en HEWET. WEDT staat voor 'Wiskunde Eerst Dan Toepassingen', een didactisch model dat in klassiek opgebouwde schoolboeken zoals 'Getal en Ruimte' en 'Sigma' wordt gehanteerd. HEWET is het experimenteel lesmateriaal dat het HEWET-team voor 4 vwo en de nieuwe vakken wiskunde A en B ontwikkelde. In die vorm is dat gebruikt in het vergelijkend onderwijsexperiment, terwijl dat lesmateriaal ook voor het grootste deel in de wiskundemethode 'Moderne Wiskunde' is opgenomen.

De drie onderwijsvarianten verschilden niet in de behandelde leerstof, het aantal lessen en evenmin in de aard en het aantal opgaven en problemen. Wel was er een duidelijk verschil in de ordening van toepassingen en 'kale' wiskundige opgaven. In HEWET is sprake van een voortdurende afwisseling, in WEDT komen eerst de 'kale' opgaven en dan de toepassingen, terwijl HWO wordt gekenmerkt door een gefaseerde afwisseling. WEDT besteedt geen aandacht aan heuristische methoden, HEWET alleen indirect en HWO doet dat uitdrukkelijk. De explicitering van wiskundige begrippen en technieken komt in WEDT snel en vaak voor, in HEWET laat en weinig, terwijl HWO geleidelijk en beperkt tot explicitering overgaat.

KERN

Uit de analyse van de data van het vergelijkend onderwijsexperiment blijkt dat leerlingen in HWO (het ontwikkelde heuristische wiskunde-onderwijs) beter leren wiskundige problemen op te lossen dan in HEWET en in HEWET weer beter dan in WEDT. Dat was niet alleen het geval in de streng gecontroleerde experimentele kern van 5 klassen met twee docenten, maar ook in de bredere groep van 21 klassen en 16 docenten. In de beheersing van de basiskennis van begrippen en technieken doet HWO het significant beter dan HEWET, terwijl WEDT een middenpositie inneemt.

De analyse van de WEDT-resultaten laat zien dat de verworven basiskennis wel goed gebruikt kan worden voor het oplossen van standaardopgaven maar dat die basiskennis voor de WEDT-leerlingen weinig wendbaar is, zodat zij die minder goed kunnen toepassen bij het oplossen van problemen dan de andere leerlingen. Het grotere succes dat leerlingen bij HWO behalen vergeleken met HEWET is te herleiden tot het beter kunnen benutten van hun wiskundige basiskennis, met name omdat zij er beter in slagen bij een probleemsituatie een analytisch model (een formule, een vergelijking) te maken. Daarmee hangt samen dat de HWO-leerlingen de basiskennis beter beheersen dan de HEWET-leerlingen. Naarmate leerlingen het vakgebied beter beheersen, blijken verschuivingen op te treden van het gebruik van heuristische methoden naar algoritmische methoden.

Meningen en houdingen

Tussen klassen bleken verschillen voor te komen in de houding ten opzichte van wiskunde, zoals die uit een herhaald afgenomen vragenlijst over het plezier, de moeilijkheidsgraad en de relevantie naar voren kwam. Die verschillen zijn evenwel niet toe te schrijven aan het leerboek, omdat zij ook binnen onderwijsvarianten voorkwamen. Opvallend is dat in de drie varianten de leerlingen de wiskunde met toepassingen in 4 vwo niet relevanter vonden dan hun wiskunde uit 3 vwo, waarin geen toepassingen voorkwamen. Hetzelfde geldt voor 'Plezier en motivatie', terwijl over de gehele linie de meer toegepaste wiskunde van 4 vwo moeilijker wordt gevonden. De gevonden verschillen tussen de onderwijsvarianten in de invloed op de kijk van leerlingen op het nut van heuristische methoden en op het karakter van de wiskunde bleken niet statistisch significant.

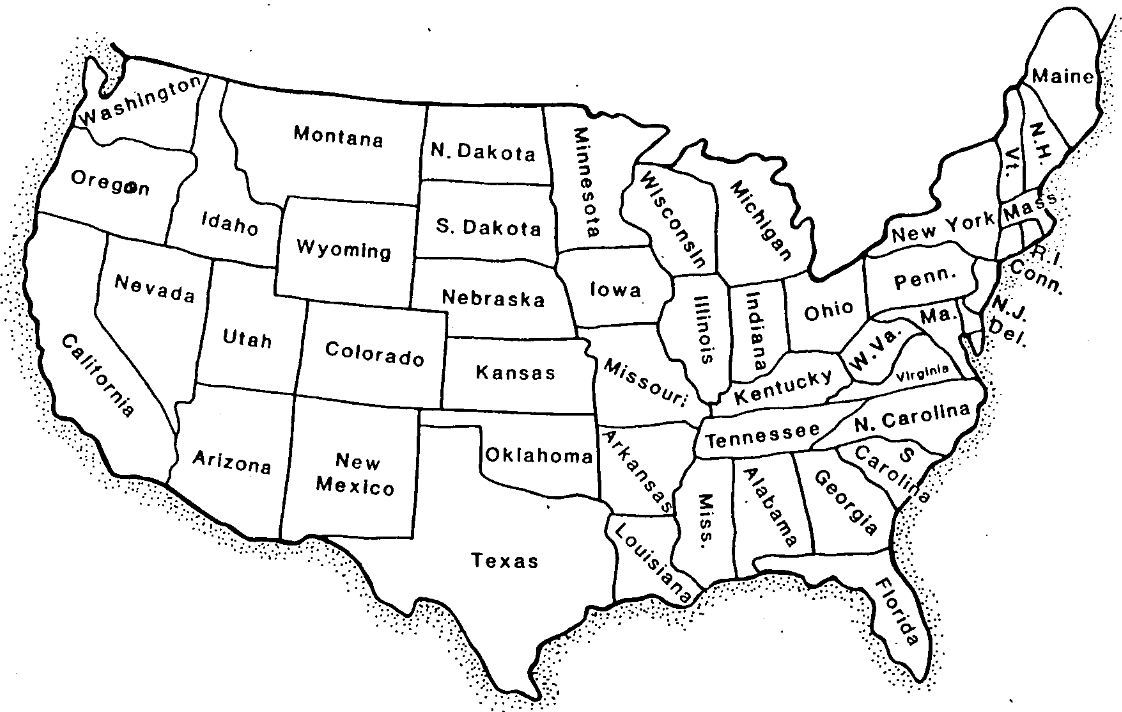
Stellingen

1. In een optimale didactische opbouw van wiskunde-onderwijs dat mede op toepasbaarheid is gericht, moet vanaf het begin een sterke samenhang bestaan tussen wiskundige begrippen en technieken en toegepaste situaties.
2. Zowel het ontbreken van een duidelijke explicitering van wiskundige begrippen en methoden als een snelle explicitering zijn ongunstig voor het leren gebruiken van wiskunde bij het oplossen van problemen.
3. Ondanks het feit dat beheersing van een vakgebied gepaard gaat met het kunnen gebruiken van efficiënte algoritmische methoden, verdient het aanbeveling om aanvankelijk in het leerproces de heuristische methoden te benadrukken.
4. Het leren opstellen van een analytisch model van een reële situatie versterkt in hoge mate de transferwaarde van de verworven wiskundige kennis in de richting van toegepaste problemen.
5. In verband met stelling 4 is het hoogst verontrustend en tevens een miskenning van de gehele ontwikkeling van de wiskunde door de eeuwen heen, dat in de voorgestelde eindtermen wiskunde van de basisvorming de rol van variabelen en formules wordt geminimaliseerd.
6. Het onderzoek van De Leeuw, Mejer, Perrenet en Groen wijst uit dat aan het eind van 3 vwo tussen de drie grote schoolboekenseries geen verschil in transfer bestaat, waarbij de basiskennis als covariabele is genomen.
   Uit tabel 8.11 in het eindrapport blijkt dat 'Getal en Ruimte' in 4 vwo op de 'criteriumtest' gemiddeld 2 punten hoger scoort dan 'Moderne Wiskunde', hoewel in 3 vwo 'Moderne Wiskunde' op de basiskennis en de transfertest samen 2 punten hoger scoorde dan 'Getal en Ruimte'.
   Gezien de gepubliceerde eindconclusie, namelijk dat het gebruikte wiskundeboek geen invloed heeft op de leerprestaties, is het opmerkelijk dat deze data in het eindrapport niet nader zijn geanalyseerd. (Zie De Leeuw e.a., VU, SVO-project 1128, januari 1988.)
7. Dankzij de invoering van het keuze-onderwerp 'Correlatie en regressie' in wiskunde A kunnen nu veel meer wiskundeleraren kritisch beoordelen of De Lange Jzn terecht uit zijn data concludeert dat vooral meisjes profiteren van werkstukachtige toetsvormen. (Zie de 'Nieuwe Wiskrant' juli en december 1985 en De Lange Jzn, 1987.)

8. De volgende uitspraak van W. Molenaar tijdens 'The Fourth International Congress on Mathematical Education' in Berkeley 1980 heeft nog niets aan waarde en actualiteit ingeboet: 'Students lacking creativity, tidiness, geometrical insight or logical thinking will fail on the Math A program as well as they did on the Math 1. Maybe they should not try to obtain a university degree in one of the social sciences.' (Proceedings, Boston, 1983).
9. De kwaliteit van het universitair onderwijs zal alleen maar structureel kunnen verbeteren, als de onderwijstaak van de wetenschappelijke staf even zwaar wordt beoordeeld als het verrichte onderzoek.
10. De herhaaldelijk op rapportenvergaderingen te beluisteren identificatie van een leerling met zijn cijfer ('Sietske is een 4') doet geen recht aan mijn overtuiging dat een mens meer is dan de som van zijn intellectuele prestaties ('Sietske is een prima meid').
11. De vervreemding tussen ambtelijk en politiek 'Den Haag' en de onderwijswerkelijkheid blijkt onder andere uit het feit dat 'Den Haag' bij de 'bevordering' van de kwaliteit van het onderwijs stelselmatig vergeet dat die in de eerste plaats afhangt van de kwaliteit van de leraren en hun werkomstandigheden.
12. Overigens ben ik van mening dat het aantal ambtenaren van het ministerie van Onderwijs en Wetenschappen gehalveerd moet worden. (Vrij naar Cato Censorius.)

U kunt het proefschrift bestellen door *f* 25,– over te maken op
girorekening 2200717 t.n.v. A. van Streun, Drachten.

• Werkblad •



▶ De kaart van de Verenigde Staten

De kaart van de Verenigde Staten van Noord-Amerika moet gekleurd worden met zo weinig mogelijk verschillende kleuren. Staten die aan elkaar grenzen moeten een verschillende kleur hebben; staten die alleen een punt gemeen hebben mogen dezelfde kleur krijgen.
Hoeveel kleuren heb je tenminste nodig voor de kaart van de Verenigde Staten?

N.H. = New Hampshire, Vt. = Vermont, Mass. = Massachusetts, R.I. = Rhode Island, Conn. = Connecticut, Penn. = Pennsylvania, N.J. = New Jersey, Del. = Delaware, Ma. Maryland, W.Va. = West Virginia, Miss. = Mississippi.
Alaska, Hawaii en Porto Rico staan niet op deze kaart.

3 Kanttekeningen bij de opgaven van 1988

3.1 *Oplossingen*
Tot 1968 werd nooit gevraagd naar een oplossings-*verzameling* bij een vergelijking of een ongelijkheid. Vanaf 1968 was het raak: een vergelijking of ongelijkheid werd niet opgelost geacht als het antwoord niet in de vorm van een oplossingsverzameling werd gepresenteerd (en als dàt geëist wordt, moet 't uiteraard zó gepresenteerd worden).
De tijden zijn veranderd; zie bijvoorbeeld opgave 1 van het D-examen (illustratie 7):

1 ■ Los op: $4x + 26 = -2x - 3$.
De oplossing is

a $-14\frac{1}{2}$
b $-11\frac{1}{2}$
c $-4\frac{5}{6}$
d $-3\frac{5}{6}$
e $3\frac{5}{6}$
f $11\frac{1}{2}$

Illustratie 7

Het lijkt erop dat bij *vergelijkingen* geen oplossingsverzameling meer geëist wordt. Dit wordt bevestigd door opgave 1 van het C-examen (afgedrukt als illustratie 4 bij paragraaf 2.2); bij deze vraag wordt het welbekende substitueren van een oplossing tegengegaan door met intervallen te werken. Aldus wordt de vraag tot een dubbele vraag: 1e los de vergelijking op, 2e zoek het juiste interval. Zo blijkt nog eens dat meerkeuzevragen niet geschikt zijn om de vaardigheid in het oplossen van vergelijkingen te testen.
Bij vragen over *ongelijkheden* liggen de zaken anders; zie bijvoorbeeld opgave 2 van het C-examen (illustratie 8):

2 ■ Los op: $4x + 9 < 2x - 3$.
Deze ongelijkheid is gelijkwaardig met

a $x < -6$
b $x > -6$
c $x < -2$
d $x > -2$
e $x < 1$
f $x < 3$

Illustratie 8

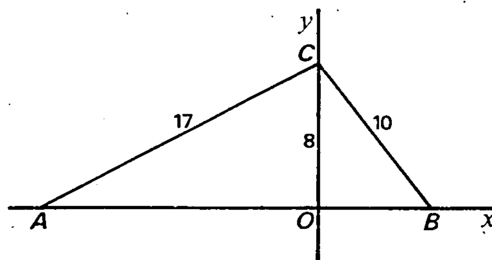
Vóór 1968 zou er gevraagd zijn: 'Los de ongelijkheid op'; maar wie in 1988 $x < -6$ schrijft heeft alleen maar een nieuwe ongelijkheid opgeschreven, die gelijkwaardig is met de oude ongelijkheid. Of de kandidaten weten wat gelijkwaardigheid van ongelijkheden betekent? Laten we hopen dat ze weten wat een oplossing is: dàt is fundamenteler.

3.2 *Curiosa*
Als we afzien van het feit dat er nu eenmaal meerkeuzevragen zijn, blijven er enkele merkwaardigheden over, waarvan hier een aantal genoemd mag worden.
Zie eerst opgave 18 van het C-examen (illustratie 9):

Hiernaast is in een rechthoekig assenstelsel ΔABC getekend.
18 ■ Bereken AB.
Voor AB geldt

a AB is kleiner dan 21
b AB is gelijk aan 21
c AB is groter dan 21

figuur



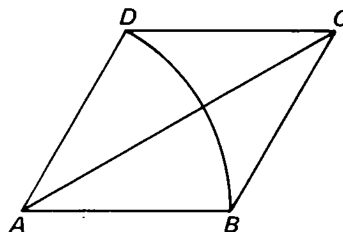
Illustratie 9

$AB = 21$. Dit staat er al, maar wordt nog op een heel gekunstelde manier gevraagd.

Zie vervolgens opgave 12 van het D-examen (illustratie 10).

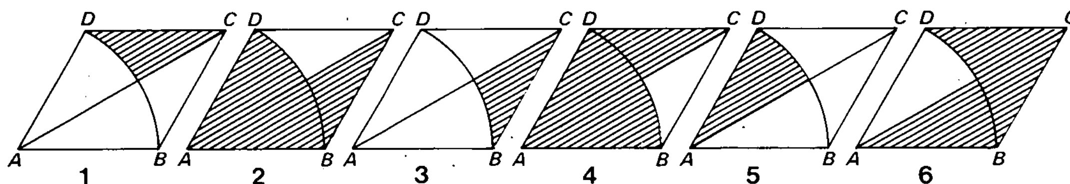
12 ■ Arceer binnen de ruit *ABCD* de verzameling van alle punten *P* waarvoor geldt
$PA \leqq DA \quad \vee \quad PD \geqq PB$.

figuur



In welke figuur is de verzameling goed gearceerd?

figuren



- **a** in figuur 1
- **b** in figuur 2
- **c** in figuur 3
- **d** in figuur 4
- **e** in figuur 5
- **f** in figuur 6

Illustratie 10

DA staat hier voor de straal van een cirkel met middelpunt *A*. Het of-teken zorgt voor een extra lees-kwestie. Hier worden vaardigheden getoetst die in het vervolgonderwijs geen rol spelen. Vrijwel geen enkele havo-3-leerling zou vraag 12 van het mavo-D-examen kunnen doen, maar voor het vervolgonderwijs is dat, zoals gezegd, helemaal niet erg.
Dan is er vraag 28 van het D-examen (illustratie 11).
Even rekenen levert: $7 + 12 = 19$. Dit lijkt nogal eenvoudig. Leeskwesties, veroorzaakt door de onhandige tabel en door de meerkeuzevorm, zorgen er voor dat toch slechts 63% van de mavo-kandidaten het juiste antwoord geeft. Of zijn er andere oorzaken?

Tenslotte vragen we aandacht voor een open vraag, namelijk vraag 34 (zo men wil: opgave 2) van het C-examen (illustratie 12).
Verscheidene kandidaten verwerkten de aantallen bomen van de 6 boomgaarden in een cirkeldiagram. Gezien de vraagstelling fout? Dat is nog maar de vraag.
Er had natuurlijk best de volgende formulering kunnen staan: 'Noteer de totalen in de laatste kolom en verwerk deze in een cirkeldiagram; schrijf daarbij duidelijk op hoe je aan dat cirkeldiagram komt.'

Het is buitengewoon jammer dat door de formulering van de vraag examenkandidaten van een volgend jaar (die immers de opgaven van de voorgaande jaren ter oefening voorgelegd zullen krijgen) de lust om de open vragen serieus te maken, daarbij hun verstand te gebruiken, wordt ontnomen.

Wie alle meerkeuzevragen goed heeft, kan nog wel een 7 halen. Dat is eigenlijk het meest curieuze.

De consumentenbond onderzoekt hoe het is gesteld met het gewicht van pakken suiker.
Op de verpakking staat dat het gewicht van 1 pak suiker 1 kg (= 1000 gram) is.
Men neemt willekeurig 100 pakken.
Bij 70 pakken wijkt het gewicht af, zie de tabel:

tabel

te weinig	te veel
in 4 pakken zit 1 gram te weinig	in 20 pakken zit 1 gram te veel
in 7 pakken zit 2 gram te weinig	in 27 pakken zit 2 gram te veel
in 12 pakken zit 3 gram te weinig	

Bij elk van de overige 30 pakken is het gewicht precies 1000 gram.

28 ■ Bereken hoeveel procent van de pakken meer dan één gram te weinig bevat.
Het antwoord is
- a minder dan 18%
- b 19%
- c 23%
- d 27,1%
- e 33,3%
- f meer dan 34%

Illustratie 11

Opgave 2

In een dorpje in de Betuwe zijn zes boomgaarden.
Er is geteld welke fruitbomen hoe vaak voorkomen: zie de tabel.

tabel

	boomgaard 1	boomgaard 2	boomgaard 3	boomgaard 4	boomgaard 5	boomgaard 6	totaal
kersebomen	120	–	230	30	–	100	...
appelbomen	100	110	–	250	200	400	...
perebomen	–	20	20	70	60	–	...
pruimebomen	20	30	20	10	10	–	...

De gegevens van deze vier soorten fruitbomen moeten in een cirkeldiagram verwerkt worden.
34 □ Maak dat cirkeldiagram en schrijf daarbij duidelijk op hoe je aan dat cirkeldiagram komt.

Illustratie 12

▶ Hoe vaak ?

Een eenvoudig kanssom: je hebt een eerlijke dobbelsteen met Z zijkanten (in de bijgaande uitdraai is $Z = 100$);
Je vraagt je af hoe vaak je met deze dobbelsteen moet gooien totdat je een voorafgenoemde waarde A krijgt (in het voorbeeld is $A = 34$).

Wat het programma doet, is gewoon maar proberen. De eerste keer blijkt 34 na 60 keer gooien te worden verkregen.

Moet je gemiddeld 50 keer gooien om 34 te krijgen?

```
10 REM hoevaak.bas
20 CLS:RANDOMIZE TIMER
30 INPUT "Hoeveel kanten heeft jouw dobbelsteen? ",Z
40 INPUT "Welk aantal ogen wil je gooien";A
50 IF A>Z OR A<1 THEN 40
60 PRINT "Er wordt gegooid:" :PRINT
70 WHILE R<>A
80    N=N+1
90    R=INT(Z*RND+1):PRINT R;
100 WEND
110 PRINT:PRINT :PRINT "Na ";N;" keer gooien  verschijnt er een ";A
```

```
Hoeveel kanten heeft jouw dobbelsteen? 100
Welk aantal ogen wil je gooien? 34
Er wordt gegooid:

 27  100  45  36  25  46  15  26  85  98  81  86  51  87  80  19  97  44  51  5
 59  16  83  90  86  15  73  88  15  85  17  17  73  1  23  56  4  87  54  28
 22  59  86  8  83  2  2  53  93  58  3  66  28  52  49  74  92  31  23  34

Na  60  keer gooien  verschijnt er een  34
```

● Serie ● ● ● ● ●

'Auteurs in beeld'

▶ Sigma

Sigma herzien: een methode van het pragmatisch midden

Sigma wordt wel eens een 'rechtse' methode genoemd. Wat vinden jullie daarvan?

Brouwer
Dat is zeker niet meer zo. Wij zijn een methode van het midden.

Van der Maaten
Het is een tijd lang mode geweest om wat progressief te zijn. Dat zijn wij op allerlei fronten niet, maar dat maakt ons nog niet 'rechts'.

Wat is het didactisch concept achter Sigma? En dat in vergelijking met andere methoden.

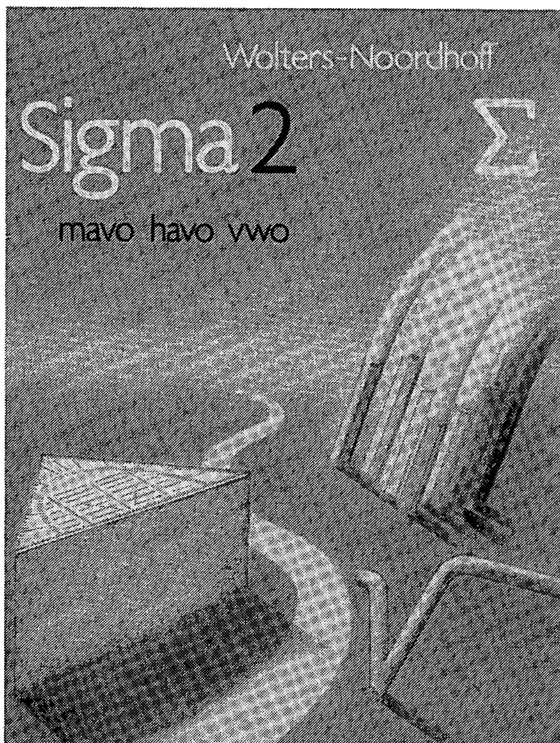
Van der Maaten
De strikte scheiding van theorie en vraagstukken. Dat heeft geen andere methode zo sterk. Leerlingen die ziek zijn geweest, kunnen de theorieparagrafen en de voorbeelden doorwerken en dan zijn ze weer bij. Je kunt uit Sigma leren zonder alle sommen te hoeven maken.

Het is een tijd lang mode geweest om wat progressief te zijn. Dat zijn wij op allerlei fronten niet, maar dat maakt ons nog niet 'rechts'.

Brouwer
En het terugzoeken. Ze kunnen volstaan met de theorie en dan weten ze wat van belang is geweest. Ook al doordat wij de hoofdstukken in niet al te kleine paragrafen opdelen. Zo houden de leerlingen overzicht, ze kunnen de lijn beter herkennen. Dat is heel belangrijk bij ons.

De strikte scheiding van theorie en vraagstukken. Dat heeft geen andere methode zo sterk.

Van der Maaten
Dan heb je de vrijheid van de leraar. Heeft hij weinig tijd, dan kan hij naar behoefte vraagstukken overslaan zonder dat het leerresultaat er veel onder lijdt.



Brouwer
Ik vind dat je als docent ontzettend veel vrijheden

hebt met Sigma. Je kunt de theorie anders aanbieden of in een andere volgorde. Dat bedoelen wij met flexibiliteit: de docent is flexibel.

Bij het lezen van de catalogus van Wolters-Noordhoff viel mij bij Sigma het verschil in sfeer op tussen onder- en bovenbouw.

Brouwer
De herziening van de bovenbouw is nog niet zo lang geleden gestart, de onderbouwgroep is al een aantal jaren bezig. Voor de bovenbouw moesten nieuwe auteurs aangetrokken worden. Bovendien moesten door de invoering van het nieuwe leerplan eerst de delen voor wiskunde A geschreven worden.

Ik vind dat je als docent ontzettend veel vrijheden hebt met Sigma.

Van der Maaten
De onderbouwgroep is een club waar continuïteit in zit, die op elkaar ingespeeld is, waar de ideeën uitgekristalliseerd zijn. In de bovenbouw is vier, vijf jaar geleden beweging gekomen door het A-programma. De vwo-poot is nu goed op dreef. Over twee jaar is de methode compleet.

Brouwer
In de bovenbouw zetten we de lijn van de onderbouw natuurlijk wel voort. Je kijkt wat daar gebeurt. En we hebben als voorbeeld de huidige delen 5A en 6A. In die richting moest het gaan.

Ik neem toch aan dat het examen een eigen stempel op de bovenbouw drukt.

Van der Maaten
Ongetwijfeld. Het examen is maatgevend. Wij zijn nogal pragmatisch: dit is onze taak en dat doen we. En dan zo aardig mogelijk voor de leerling. Het een sluit het ander niet uit. We richten ons op het examen, maar wel zo dat je als docent ook nog eens je ei kwijt kunt.

Brouwer
Die docent moet de vrijheid hebben om het eens anders te doen, buiten het boek om. Maar ik zou niemand willen verplichten om dingen te doen die ik toevallig leuk vind. Bovendien: wat jij leuk vindt, hoeft de leerling niet leuk te vinden. Daar moet de docent op inspelen. Leuke dingen moet de docent er zelf in brengen. Dat kun je als methode niet.

Hoe lang bestaat Sigma al?

Van der Maaten
Nou eigenlijk altijd al (lacht). Op een gegeven ogenblik is de moderne wiskunde ingevoerd – dat viel toevallig samen met de mammoet-wet. Er was in die tijd maar één methode, die was uit Schotland gehaald. Dat is Moderne Wiskunde geworden, de Schotse methode. De auteurs van de bestaande methoden zijn toen als razenden aan het werk gegaan. In die tijd zijn op initiatief van Wolters-Noordhoff een paar clubs aan elkaar gekoppeld en dat is Sigma geworden.

Wat betekenden die veranderingen voor het wiskunde-onderwijs?

Brouwer
Het examen werd anders. De onderbouw werd anders. De verzamelingenleer kwam om de hoek kijken. Allerlei commissies bedachten in die tijd dingen die we nog steeds gebruiken: de toepassingen, het praktische nut van de wiskunde. Ik denk trouwens dat dat weer wat aan het kenteren is. Leerlingen willen nog helemaal niet zo veel van de maatschappij afweten. Ze zijn heel concreet: ik moet mijn examen halen.

Zo houden de leerlingen overzicht, ze kunnen de lijn beter herkennen. Dat is heel belangrijk bij ons.

Die geluiden hoor je vaker. No nonsense.

Brouwer
Vroeger kon je nog wel eens met leuke dingen aankomen. Nu zeggen de leerlingen: vertel me meteen even waar het om gaat. Wat ze tegenwoordig weer leuk vinden is om in groepjes ergens aan te snuffelen. Dat kun je bij Sigma op ieder moment inpassen.

Als ik goed tel werken er 25 auteurs aan Sigma mee – valt dat nog te organiseren?

Brouwer
We werken in kleine groepjes aan een boek. Het grootste is vijf man. En eens in de zoveel tijd vergaderen alle groepen samen. Het zijn ook allemaal gebruikers van Sigma. Dan zit je automatisch op één lijn.

Van der Maaten
Je leert een boek pas goed kennen als je het gebruikt in de klas.

Brouwer
Er is een vrij groot brok waar we het allemaal over eens zijn: de onderbouw. En ik denk dat deel 4 daar goed op aansluit. En in de bovenbouw is het toch anders. Dat de methode daar een wat andere kant op gaat, hoeft geen probleem te zijn.

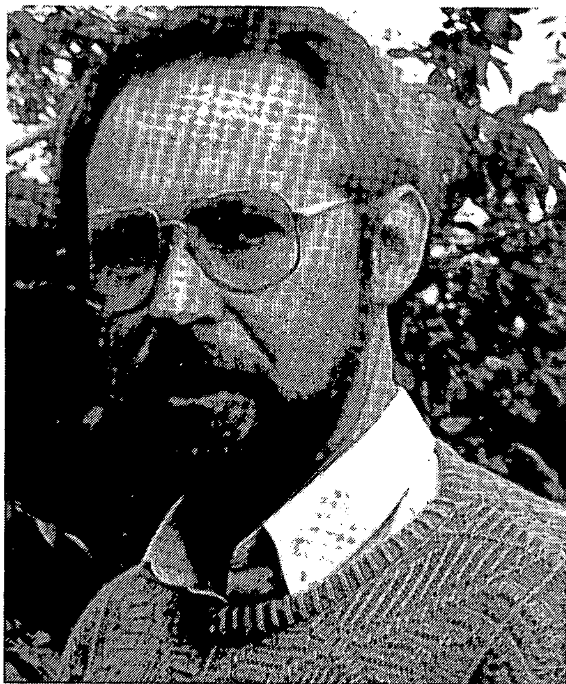
Van der Maaten
De onderbouw en de bovenbouw kunnen ook los van elkaar gebruikt worden. Je kunt van elke onderbouwmethode op Sigma overstappen.

Hoe komt een auteursgroep tot stand?

Brouwer
Bart Heukelom, de uitgever, kwam op zeker moment langs. Zo van: wat vind je van de methode? Dan laat je wat kritiek los. En toen heeft hij mij gevraagd commentaar te leveren op nieuw te verschijnen delen.

We richten ons op het examen, maar wel zo dat je als docent ook nog eens je ei kwijt kunt.

Van der Maaten
Ik denk dat auteurs zich vroeger zelf aandienden. Maar ik heb al gezegd: Sigma heeft een tijd lang weinig auteurs gehad. En die komen op zo'n moment niet vanzelf. Toen is Bart auteurs gaan werven.



Auteur Brouwer: *... didactische vrijheid...*

Het verschijnsel van de solitaire auteur zie je niet meer.

Brouwer
Een team is beter. Als je in je eentje schrijft druk je te veel je stempel op een methode. Je moet een soort klankbord hebben.

Van der Maaten
Het is ook de invloed van de Mammoet-wet geweest. Voor die tijd had je een categoriale situatie. Je schreef voor jouw schooltype. De scholengemeenschappen van nu zijn zo breed – dat kan één man niet behappen.

Dat betekent dat de auteurs allemaal uit verschillende hoeken van het onderwijs komen?

Van der Maaten
Ja. En ook uit verschillende hoeken van het land.

Op school werken jullie allebei met Sigma. Je overweegt niet om een andere methode aan te schaffen?

Van der Maaten
Nee hoor. Maar op school kan het wel eens moeilijk zijn. In de sectie zitten verschillende karakters en verschillende didactische opvattingen. Niet iedereen kiest automatisch voor Sigma.

Brouwer
Nou ja, sinds de vernieuwing is het gemakkelijker. Wij zagen dat Sigma een kant op ging die ons aansprak.

Van der Maaten
Maar ik zou er zeker geen vrede mee hebben als mijn collega's tegen hun zin Sigma zouden gebruiken. Ik probeer Sigma op school zeker niet te verkopen. Dan zou ik mij niet vrij voelen.

Brouwer
Maar we hebben het makkelijker dan andere methoden. Sigma is een methode van het midden: je kunt er veel kanten mee op.

Wat vinden jullie leuk aan het schrijven van een methode?

Brouwer
Ik krijg meer lol in wiskunde en het wiskunde geven. Je gaat anders voor de klas staan. Dat is het leuke van een schrijversgroep: je overlegt met elkaar, je moet compromissen sluiten. Je hoort eens van andere benaderingen en zo ontdek je nieuwe gezichtspunten. Dat verlevendigt de zaak.

Van der Maaten
Ik onderga dat wat anders. Ik krijg ook meer lol in de wiskunde, maar dat is niet de kern van de zaak. Iets doen, iets maken dat er niet is. Een idee dat zich ontwikkelt. Jezelf kwijt kunnen. Dat is voor mij de kern. Ik vind wiskunde heel mooi, maar dat heeft niets met schrijven te maken.

Je zou dus ook best voor een ander vak kunnen schrijven.

Van der Maaten
Ik denk dat een boek voor economie voor mij niet veel verschil zou maken. Maar een vak dat heel anders is dan wiskunde...

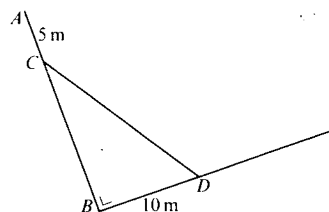
Die wiskunde is nogal strikt: stelling-bewijs...

Brouwer
Dat is vaak het knelpunt. Je zou het best nog toegankelijker willen brengen, maar dan heb je plotseling niet meer die onderbouwing met een bewijs tot je beschikking. Dan krijg je weer het compromis: hoe ver ga je met bewijsvoering, wanneer stap je ervan af.

Van der Maaten
Neem je de wiskunde als leidraad of de didactiek? De stof of de thema's? Ook in Sigma zie je de tendens om de wiskunde wat minder centraal te stellen. Om andere factoren mee te laten spelen.

Maar heeft een vak als maatschappijleer met wezenlijk andere didactische problemen te maken dan jullie?

1a Jan is in A, zijn hond in B. Jan wil zijn hond pakken. Hij loopt 5 m naar zijn hond toe. Dan is hij in C. De hond gaat er vandoor en loopt 10 m. Hij is dan in D. Lijnstuk BD staat loodrecht op lijnstuk AB. Hoe ver is Jan nu van zijn hond vandaan? (1 cm in de tekening is 5 m in werkelijkheid.) En hoe groot is de hoek tussen DB en DC?
b Jan verandert van koers en loopt weer 5 m naar zijn hond toe. Hij komt dan in E. De hond rent ondertussen weer 10 m verder in het verlengde van lijnstuk BD en komt in F. Teken E en F. Hoe ver is Jan nu van zijn hond vandaan? En hoe groot is de hoek tussen FB en FE?
c Wat gebeurt er als ze zo doorgaan?



|9|

2 Teken in een rooster de punten $A(0,4)$, $B(4,4)$ en $C(8,0)$.
a Meet de hoeken:
met hoekpunt A en benen AB en AC
met hoekpunt B en benen BA en BC
met hoekpunt C en benen CA en CB.
b Op het verlengde van lijnstuk AB aan de kant van B ligt een punt D. De grootte van de hoek met hoekpunt C en benen CB en CD is 65°. Teken eerst het been CD en daarna punt D.

Van der Maaten
Ik denk dat maatschappijleer van een andere orde is.

Brouwer
Maar wij moeten toch ook iets bedenken om de leerlingen te prikkelen. Dat moet bij maatschappijleer ook. Je moet een stuk kennis overdragen. En je moet ze opdrachten geven om met die kennis te leren werken. Dat is allemaal hetzelfde.

Van der Maaten
Ik denk dat wij het makkelijker hebben. De wiskunde heeft ook zin vanuit zichzelf. Je hoeft de leerlingen niet duidelijk te maken dat wiskunde belangrijk is. Bij een ander vak moet je die motivatie nog opwekken. En dan sta je als schrijver voor een enorme taak.

(...) we hebben het makkelijker dan andere methoden. Sigma is een methode van het midden: je kunt er veel kanten mee op.

Brouwer
Doordat je tegenwoordig vaak toepassingen in de wiskunde verwerkt, krijg je veel minder vaak de vraag: waar doen we dit voor.

Van der Maaten
Het zijn niet alleen de toepassingen, maar ook de maatschappelijke ontwikkelingen. Ginjaar-Maas doet er alles aan dat geen leerling zich meer afvraagt wat de zin van wiskunde is. Wij zitten op rozen wat dat betreft. We kunnen ons de luxe veroorloven om er tegenaan te trappen.

Brouwer
Maar als we nog wiskunde zouden geven zoals twintig jaar geleden, dan hadden we geheid de vraag gekregen: waar doen we dit nou voor. Vroeger zei je: we moeten die formule goed en grondig afleiden en dat kan alleen maar zo. Je bracht structuur aan door de stof in een wiskundige volgorde aan te bieden. Dat slaat naar mijn gevoel niet meer aan. Tegenwoordig breng je de stof meer thematisch. Die tendens zie je ook bij andere vakken.

Dat is het aspect praktische bruikbaarheid. Is wiskunde ook vormend?

Van der Maaten
Dat hangt erg af van de leerling en de leraar. Naarmate de leerling de wiskunde meer bedrijft vanuit het praktisch nut, heeft de wiskunde minder toegevoegde waarde. Ik ben het daar ook helemaal niet mee eens. Ik denk dat wiskunde een belangrijke vormende waarde kan hebben, maar daar is de tijdgeest weer tegen. Ook binnen de scholen. Het praktisch nut weegt zwaar. Ze moeten wel sommetjes kunnen maken. Maar doelstellingen als 'kunnen nadenken' hoor je veel minder vaak.

Brouwer
Je zou heel goed wat logica in de wiskunde kunnen onderbrengen. Als docent probeer je de kinderen ook logisch te laten redeneren. Ik vind dat dat een heel wezenlijk onderdeel van de wiskunde is. En heel vormend.

Je zegt het hangt van de leraar en de leerling af. Niet van de methode?

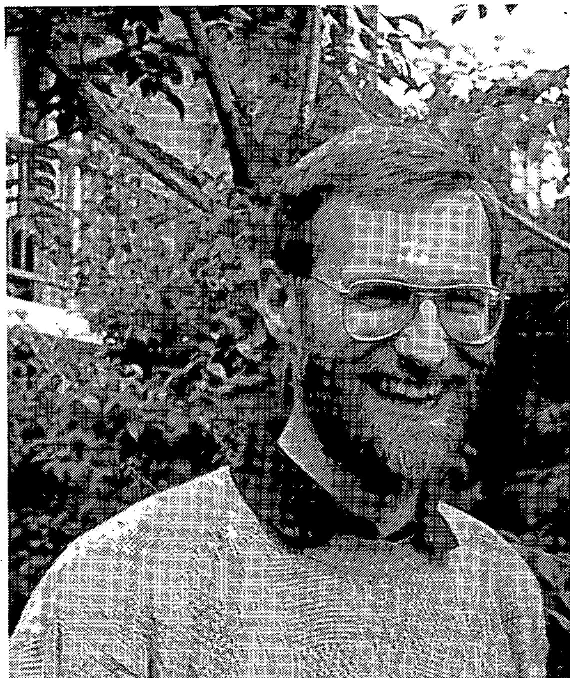
Brouwer
Ik vind van wel. Ik denk dat alle methodes er min of meer op gericht zijn om de leerlingen logisch te leren denken. Dat past helemaal bij de wiskunde. Maar ik vind het ook prijzenswaardig als je daar eens van afstapt. Laat je gezonde boerenverstand eens werken. Maar wat regels der logica – ik zou dat best eens in de wiskunde willen gieten ...

Ook in Sigma zie je de tendens om de wiskunde wat minder centraal te stellen. Om andere factoren mee te laten spelen.

Van der Maaten
Ja, maar om daar in de les wat mee te doen ... Leerlingen van die leeftijd zijn er nog niet altijd aan toe. Ik vind het al moeilijk om in de bovenbouw het

verschil tussen noodzakelijke en voldoende voorwaarde boven water te krijgen.

Is dat voor leerlingen de moeilijkheid van de wiskunde: het formele denken?



Auteur Van der Maaten: *... duidelijke structuur ...*

Brouwer
Het abstractie-niveau is erg hoog. Maak je het minder abstract, dan blijken ze minder problemen te ondervinden. Maar ook dan moet je allerlei randvoorwaarden weglaten die in de concrete situatie juist weer interessant zijn. Je maakt het model zo eenvoudig dat het wiskundig te hanteren is, maar dan wordt de band met de realiteit weer erg los.

Van der Maaten
De moeilijkheid van de wiskunde heeft naar mijn gevoel te maken met het begrip 'transfer'. Leerlingen vragen vaak om algoritmen. Maar op een wat hoger niveau bestaan die niet. Dan heb je een hele serie oplossingen. Je moet de vaardigheden die je hebt opgedaan, leren toepassen op iets nieuws. Daar lopen leerlingen nogal eens op vast: de creativiteit die je nodig hebt in de wiskunde.

Brouwer
Het probleem is vaak opgelost als ze zich iets bij het probleem kunnen voorstellen.

Van der Maaten
Toch: als de leerlingen kunnen kiezen tussen algoritme of gezond verstand, dan kiezen ze het algoritme.

Ik denk dat wiskunde en belangrijke vormende waarde kan hebben, maar daar is de tijdgeest weer tegen (...) Het praktisch nut weegt zwaar.

Brouwer
Leerlingen zijn zo conservatief: als dat het paadje is, dan zullen ze geen zijweg bewandelen. Zelfs de heel pientere leerlingen. Dat vind ik nou leuk aan wiskunde A. Daar kun je echt zeggen: gebruik nu eens je boerenverstand.

Is dat het misverstand bij leken: dat wiskunde van die paadjes is?

Van der Maaten
Ja, een automatisme. We hebben natuurlijk zelf ook bijgedragen aan die beeldvorming. Maar dat noem ik geen wiskunde. Dat noem ik rekenen. Dat is computerwerk, dat kun je programmeren. Ik vind wiskunde leuk omdat het puzzelen is. Nieuwe ontdekkingen doen.

Jullie vinden het creatieve moment in de wiskunde het aardigst.

Brouwer
Ik probeer in de les heel bewust vaste paadjes te vermijden. De leerlingen in het proces te betrekken. En de methode reikt dat niet aan. De docent moet dat willen en kunnen. Daarom leggen we hem geen overladen programma voor. We geven een duidelijke lijn, maar ook veel speling. Dat is een uitgangspunt dat iedereen toch wel aanspreekt.

Wat betekent het schrijven voor jullie persoonlijk leven?

Brouwer
Ik heb er veel lol in. Ik ga er zeker niet onder gebukt.

Daar lopen leerlingen nogal eens op vast: de creativiteit die je nodig hebt in de wiskunde.

Van der Maaten
Schrijven is strijden, een gevecht met jezelf: wat vind je belangrijk, wat niet, hoe ga je het aanpakken, hoe breng je het zo helder mogelijk. Het is een heel intensieve bezigheid. En het creatieve erin werkt verslavend. Maar het geeft veel voldoening als je de strijd gewonnen hebt. Aan de andere kant kost het je ook heel wat. Het heeft me meer dan eens een flink stuk zomervakantie gekost. De tijdsdruk is altijd heel sterk.

Brouwer
Ik vind het iedere keer weer een bevalling. Als zo'n hoofdstuk klaar is, dan vind ik echt: dat is toch een mooi hoofdstuk. Dan krijg je je eerste commentaar en dan denk je: zo goed was het toch ook weer niet. Maar als je tweede versie beter is dan de eerste, dan weet je: ik zit op de goede weg. Maar die eerste versie is de strijd die je moet leveren. Met steeds in je achterhoofd: dit moeten de leerlingen kunnen volgen. Het mag geen ego-trip van de schrijver worden.

Vrouw en kinderen gaan er niet onder gebukt?

Van der Maaten
Soms wel, jawel. De meeste auteurs hebben een volledige baan in het onderwijs. Dat neemt toch veel energie. Schrijven is echt vrije-tijdswerk. Dat moet uit enthousiasme geboren worden. Het gezin moppert wel eens. Ik heb de gewoonte om na school meteen naar de studeerkamer te gaan, daar werk ik tot acht uur 's avonds. En dan doe ik niks meer aan het schrijven. Maar 's zaterdags schrijf ik door. En de vakanties worden ook redelijk goed benut.

Ik probeer in de les heel bewust vaste paadjes te vermijden. De leerlingen in het proces te betrekken. En die methode reikt dat niet aan. De docent moet dat willen en kunnen.

Brouwer
Ik spaar het altijd op tot een paar vrije dagen. Dan ga ik ervoor zitten. Door de week lees ik de commentaren. Verder heb ik geen vast schema. Maar schrijven is voor mij echt iets heel anders, het is nauwelijks te vergelijken met je gewone werk. Tijdens het lesgeven kom je wel op ideeën.

Weten jullie leerlingen dat jullie die boeken schrijven?

Van der Maaten
Ik test regelmatig hoofdstukken uit in de klas. En daarna laat ik ze er hun commentaar bij zetten. En dan praat ik er nog eens over met ze. Daar heb ik wat aan. Leerlingen zijn de deskundigen bij uitstek.

Dat is de invloed van de leerlingen. Hebben de gebruikers invloed?

Van der Maaten
Soms wordt docenten in het land om commentaar gevraagd. Dan krijgen ze een boek en daar kunnen ze hun commentaar bij schrijven. Ik heb thuis een aantal van die boeken liggen. Die gebruik ik bij de herziening.

Ik test regelmatig hoofdstukken uit in de klas. En daarna laat ik ze er hun commentaar bij zetten (...) Leerlingen zijn de deskundigen bij uitstek.

Brouwer
Als je zo lang met een methode bent bezig geweest als wij, heb je wel enig idee over wat de gemiddelde Sigma-gebruiker vindt dat erin moet komen. Het

zijn docenten die een bepaalde vrijheid willen hebben. Het moet helder zijn, kort en krachtig, met genoeg oefeningen. Dat heb je in je achterhoofd. En als je gaat vernieuwen zoals nu, dan probeer je die gebruiker mee te krijgen, zonder dat hij zegt: dit gaat me te ver. Je moet niet opeens op een andere toer gaan zitten. Liever de weg der geleidelijkheid. Je wilt als schrijver niet alleen wiskunde op de leerlingen overbrengen, je wilt ook de leraar een stuk houvast geven.

Als je zo lang met een methode bent bezig geweest als wij, heb je wel enig idee over wat de gemiddelde Sigma-gebruiker vindt dat erin moet komen.

Jullie houden je gebruikersaandeel in de gaten?

Brouwer
Ja hoor.

Je zou het ook heel idealistisch op kunnen zetten en dan maar wat minder gebruikers.

Van der Maaten
Er zijn ongetwijfeld methoden waarvan de auteurs hun geloof willen verkondigen. Er verschijnt ook wel eens iets heel goeds dat niet door het onderwijs wordt opgenomen. Waarschijnlijk omdat het te ver voorop loopt. Prachtige boekjes waar men nog niet rijp voor is. Daar zijn wij te pragmatisch voor.

(...) als je gaat vernieuwen zoals nu, dan probeer je die gebruiker mee te krijgen, zonder dat hij zegt: dit gaat me te ver.

Wat is de rol van de uitgever in het geheel?

Van der Maaten
Veel groter dan buitenstaanders denken. De uitgever stuurt, hij is het coördinatiepunt. Dat heeft te maken met de overgang van de solitaire auteur naar de schrijversgroep. De solitaire auteur was uitermate machtig omdat hij alles in handen had. Maar de eenling kan het niet meer aan, ook commercieel niet. En daarom is er een coördinatiepunt nodig.

Is Sigma de beste methode? Beter dan andere methoden?

Van der Maaten
Op bepaalde punten wel. Maar ik ben eerlijk genoeg om toe te geven dat ik op andere punten andere methoden beter vind.
Sterk is de duidelijke opbouw, de herkenbare lijn, waardoor de leerling het boek zo nodig zelfstandig kan doorwerken. De leerling kan het terugvinden in het boek zonder terug te hoeven vallen op het schrift. En verder het niet overladen zijn. Vaak ook de keuze van de vraagstukken.

Brouwer
De didactische vrijheid. Het feit dat je niet in een keurslijf wordt gedrukt.

Van der Maaten
Ik denk dat we er te weinig aan doen om de leerling te leren denken. Dat moet de leraar bij ons doen.

Brouwer
Dat is een uitvloeisel van ons didactisch credo. De docent moet het denkproces leiden. We geven wel wat aan via het boek, maar het is geen uitgangspunt, geen doelstelling. Sigma is een methode voor alle docenten, alleen zal de docent er zijn eigen invulling aan moeten geven.

Over de auteurs:

Cor Brouwer
Geboren 1946, Den Haag. Studeerde toegepaste wiskunde en elektrotechniek in Delft. Geeft sinds 1973 les aan het Chr. College Nassau-Veluwe in Harderwijk. Sinds drie jaar auteur van de bovenbouw. Getrouwd, twee kinderen. Tennist en verdiept zich graag in Oosterse mystiek.

Wim van der Maaten
Geboren 1947, Zwolle. Studeerde HTS-werktuigbouw en haalde daarna de aktes voor wiskunde en economie. Geeft les sinds 1970, tegenwoordig aan de RSG de Springborn te Epe. Sinds 1979 auteur van de bovenbouw. Getrouwd, twee kinderen. Lange-afstandsloper, schrijft schaakprogramma's.

• Verenigingsnieuws •

▶ Van de bestuurstafel

Agneta Aukema-Schepel

Na de jaarvergadering op 29-10-1988 heeft het bestuur, met als nieuwe leden mevrouw M. Meeder en de heer dr. J. van Lint, zijn taak voortgezet. De laatste heeft het vice-voorzitterschap op zich genomen. In de vier bestuursvergaderingen t/m 11-1-1989 kwam onder andere het volgende ter sprake:

Wiskunde verplicht
Omdat op 17 november de Vaste Commissie voor Onderwijs van de Tweede Kamer met de staatssecretaris zou spreken over de vakkenpakketmaatregel, heeft het bestuur tijdig voor deze datum de passage uit de jaarrede die betrekking heeft op 'wiskunde verplicht' aan zowel de staatssecretaris als de Vaste Commissie toegezonden. Tevens heeft het bestuur in deze brief gewezen op de aansluitingsproblematiek bij doorstroming van mavo naar havo en de reeds nu aanwezige tekorten aan docenten wiskunde.
Ik noem enige voor de wiskundeleraar belangrijke resultaten van dit mondeling overleg, zoals vermeld in Uitleg nr. 29 (30-11-1988): Volgens de concept Algemene Maatregel van Bestuur waarin de vakkenpakket-maatregel vervat is doen leerlingen in het mavo, havo en vwo in de toekomst in een vak meer examen dan nu het geval is. Alleen voor havo- en vwo-leerlingen geldt, dat zij verplicht of wiskunde A of wiskunde B in hun pakket moeten opnemen. Het is de bedoeling ook voor mavo-leerlingen wiskunde verplicht te stellen. Dat gebeurt later dan voor het havo/vwo, omdat de vernieuwing van het wiskundeprogramma voor de mavo nog niet gereed is.
Verder heeft mevrouw Ginjaar-Maas toegezegd onderzoek te zullen doen naar de mogelijkheden voor inhoudelijke verbetering van het wiskundeonderwijs, speciaal in relatie tot de achterstand in dat vak van meisjes.
Over de invoeringsdatum van de vakkenpakketmaatregel wil zij eerst nog met onderwijsorganisaties overleggen, aldus Uitleg. Punt van bespreking zal zeker zijn of dit tijdstip samen moet vallen met de invoering van de nieuwe HAWEX-programma's.

Commissie Ontwikkeling Wiskundeonderwijs (COW)
Met de vertegenwoordigers van de NVvW in de COW, de heer dr. J. van Dormolen en mevrouw F. Meester, is uitvoerig gesproken over het reilen en zeilen van de COW. Een grote zorg van de COW is de nascholing van docenten. Velen moeten op de hoogte gebracht worden van de nieuwe ontwikkelingen in het wiskundeprogramma voor 12-16-jarigen. Een groot gedeelte van hen is echter niet te bereiken via Euclides of de Nieuwe Wiskrant. Toch moeten COW en de NVvW proberen te voorkomen dat zij onvoorbereid en onverwachts door de vernieuwingen worden overvallen. Ook moeten beide trachten te bereiken dat er voldoende geld beschikbaar komt voor de nascholing voor wiskunde 12-16.

Vlaams-Nederlandse Contacten
Met de afgevaardigden van de NVvW in de zogenaame Vlaams-Nederlandse Commissie, de heren L. Bozuwa en drs. S. Garst, is van gedachten gewisseld over de plannen van deze commssie. Vooral de invulling van de Nederlandse dag op het congres van de Vlaamse Vereniging Wiskundeleraars op 1, 2 en 3 juli kwam hierbij aan de orde.

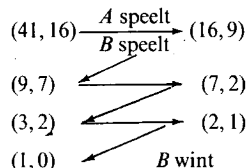
Recreatie

Nieuwe opgaven met oplossingen en correspondentie over deze rubriek aan Dr. P. G. J. Vredenduin, Dillenburg 148, 6865 HN Doorwerth.

Opgaven

In Deprez en Janssen, Getaltheorie in het secundair onderwijs, vond ik de volgende twee aardige opgaven.

601. *A* en *B* spelen het volgende spel. Gegeven zijn twee natuurlijke getallen *p* en *q*; $p > q$. *A* begint en vermindert *p* met een aantal keren *q*. Dit aantal is positief geheel, er blijft een natuurlijk getal p_1 over. *B* trekt daarna van het grootste van de getallen p_1 en *q* een positief geheel aantal keren het kleinste af enz. Wie het getal 0 bereikt, heeft gewonnen.
Voorbeeld. Gegeven is (41, 16). Het spel verloopt als volgt:



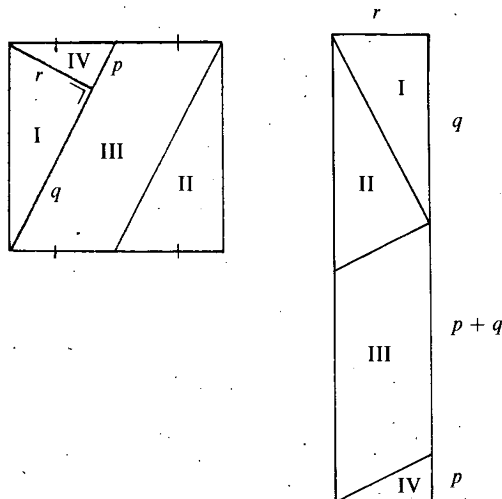
Gevraagd na te gaan wie bij optimale strategie bij een gegeven getallenpaar (p, q) zal winnen.
De auteur noemt dit het spel van Euclides, wegens de verwantschap met de Euclidische deling (staartdeling).

602. Het getal *n* bestaat decimaal geschreven uit 100 cijfers die allemaal 9 zijn. Gevraagd wordt hoeveel 9's het getal n^3 zal bevatten.

Oplossingen

597. Hier volgt een vierkant dat in vier delen verdeeld is. Daarnaast een rechthoek die uit deze vier delen is samengesteld.

Als de zijde van het vierkant *a* is, is de korte rechthoekszijde $\frac{\frac{1}{2}a \cdot a}{\frac{1}{2}a\sqrt{5}} = \frac{a}{\sqrt{5}}$. De verhouding van de twee zijden is dus als 1 : 5.



598. Gegeven is de functie $f: x \to 4x - x^2$ van ℝ naar ℝ.
Kies een beginwaarde x_0 en definieer voor elke $n \geqq 1$: $x_n = f(x_{n-1})$. Voor hoeveel waarden van x_0 bevat de rij $x_0, x_1, \ldots$ slechts een eindig aantal verschillende termen?
Ik heb één oplossing ontvangen, namelijk van de heer C. A. M. van der Linden ('s-Hertogenbosch). Hem heb ik de schoonheidsprijs toegekend. Dat klinkt gek, maar ik had zelf het probleem ook opgelost. Hier volgt zijn oplossing.
Direct duidelijk is dat voor $x_0 > 4$ en voor $x_0 < 0$ de rij monotoon dalend is. Onderstel daarom $0 \leqq x_0 \leqq 4$. Voor iedere x_0 uit dit interval is er een waarde φ zo dat $x_0 = 2(1 - \cos\varphi)$. Met volledige inductie bewijzen we dan: $x_n = 2(1 - \cos^n \varphi)$.
Immers:

$$x_{n+1} = (4 - x_n)x_n = 2(1 + \cos 2^n\varphi)\, 2(1 - \cos 2^n\varphi) =$$

$$= 4(1 - \cos^2 2^n\varphi) = 2(1 - \cos 2^{n+1}\varphi)$$

Het aantal termen van de rij is eindig in die en alleen die gevallen waarin er een *j* en een *k* bestaan waarvoor $2(1 - \cos 2^j\varphi) = 2(1 - \cos 2^k\varphi)$.
In die gevallen $2^j = \pm 2^k + 2m\pi$. Waaruit we vinden:

$$\varphi = \frac{2m\pi}{2^j \pm 2^k} \text{ en dus } x_0 = 2\left(1 - \cos\frac{2m\pi}{2^j \pm 2^k}\right).$$

Dit zijn weliswaar aftelbaar oneindig veel uitkomsten, maar deze zijn niet alle verschillend. De deelverzameling $x_0 = 2\left(1 - \cos\frac{2\pi}{2^j + 1}\right)$ bestaat echter uit aftelbaar oneindig veel verschillende uitkomsten.
Het aantal waarden van x_0 waarvoor de rij slechts eindig veel verschillende getallen bevat, is dus aftelbaar oneindig.

Mededelingen

Studiedag voor wiskundedocenten van ISK's

Op *donderdag 16 maart 1989* wordt een studiedag georganiseerd voor wiskundedocenten aan schakelklassen voor anderstaligen (ISK's). De studiedag vindt plaats te Utrecht en duurt van ongeveer 15 tot 20 uur. Er zijn geen kosten verbonden aan deelname aan de studiedag.
De dag wordt georganiseerd door het Landelijk Werkverband Nascholing Wiskunde en de allochtonenwerkgroep van het team W12-16. Het doel van de studiedag is om ervaringen uit te wisselen en meer zicht te krijgen op de positie van allochtone leerlingen in het wiskunde-onderwijs en de problemen die ze daarbij ervaren.
U kunt zich opgeven bij: Vakgroep OW & OC, t.a.v. Werkgroep Allochtonen, Tiberdreef 4, 3561 GG Utrecht.
Voor informatie kunt u terecht bij: Marja Meeder of Jacolien Schreuder (030-61 16 11 of 030-61 28 06).

Veertiende landelijke dag van de Werkgroep Vrouwen en Wiskunde

Op *ZATERDAG 8 APRIL 1989* organiseert de *Werkgroep Vrouwen en Wiskunde* haar veertiende landelijke dag.
Tijdstip: Van 10.00 tot 17.00 uur.
Plaats: Het CSB gebouw, Kromme Nieuwegracht 39, Utrecht.
Het belangrijkste onderwerp van deze dag zal zijn:
Rekenen in het Basisonderwijs en Voortgezet onderwijs.
Op deze dag zal aandacht besteed worden aan:
- de ontwikkelingen rond het rekenen/wiskunde-onderwijs op de basisschool
- (voortgezet) rekenen in het nieuwe wiskundeprogramma voor 12-16 jarigen in het voortgezet onderwijs.
- rekenmethodes
- meisjes en rekenen

Iedereen die geïnteresseerd is in deze onderwerpen, is welkom!
Voor *informatie en aanmelding* kunt u op woensdag en vrijdag bellen met Sylvia van der Werf op het informatie- en documentatiecentrum van Vrouwen en Wiskunde:
Tiberdreef 4, 3561 GG Utrecht, tel. 030-61 28 06.

Aangeboden:

Ingebonden jaargangen 16 t/m 21, 23 t/m 34, niet ingebonden jaargangen Euclides: 44 t/m 60.
Reacties: J. Rodenburg, tel. 08380 - 1 44 16

Boekbespreking

J. M. van der Vlis: *Geschiedenis van Kansrekening en Statistiek*. Stichting Matrijs/Pandata; *f*24,95; 200 blz.

In vergelijking met vele takken van wiskunde is de waarschijnlijkheidsrekening pas laat tot ontwikkeling gekomen. Dit boek beschrijft de ontwikkeling van kansrekening en statistiek aan de hand van beschrijvingen van belangrijke personen uit het vak: hun leven, hun werk en de invloed die ze uitoefenden.
Van der Vlis laat deze discipline beginnen bij de Indische wiskundige Bhascaria Acharia (1114-1185). Via wetenschappers als Cardano, Pascal, de Bernoulli's, Bayes, Gauss, Mendel en Pearson eindigen we bij Zipf (1902-1950). In totaal worden 22 personen beschreven.
De meeste hoofdstukken zijn voorzien van aansprekende voorbeelden waarin we zien waar de theorie zijn oorsprong vindt. Elk hoofdstuk wordt afgesloten met een literatuurverwijzing.
De auteur is er zeker in geslaagd een levendig voorbeeld te schetsen van de ontwikkeling van kansrekening en statistiek. Alleen storend dat er zo enorm veel drukfouten zijn blijven zitten.

Harm Bakker

Kalender

9 maart 1989: Dokkum, Geldrop, Utrecht, HAWEX-bijeenkomsten georganiseerd door de NVvW. Zie Euclides 64,5 blz. 152.
15 maart 1989: Utrecht, Bestuursvergadering NVvW.
16 maart 1989: Utrecht, Studiedag wiskundedocenten van ISK's. Zie de mededeling op deze bladzijde.
6 en 7 april 1989: Amsterdam, VELON-congres 'Schoolvak-in-ontwikkeling'. Zie Euclides 64,5 blz. 141.
6, 7 en 8 april 1989: Conferentie Wiskunde-didactiek 'Rekenen met breuken'. Zie Euclides 64,5 blz. 141.
8 april 1989: Veertiende landelijke dag Werkgroep Vrouwen en Wiskunde. Zie de mededeling op deze bladzijde.
12 april 1989: Utrecht, Bestuursvergadering NVvW.
13, 14 en 15 april 1989: Conferentie Wiskunde-didactiek 'Zingeving van wiskunde-onderwijs'. Zie Euclides 64,5 blz. 141.
10 mei 1989: Utrecht, Bestuursvergadering NVvW.
1, 2 en 3 juli 1989: Oostende, Zesde tweejaarlijks congres VVWL.

Inhoud

Adressen van auteurs

Mw. A. F. S. Aukema-Schepel, Buitenplaats 77, 8212 AC Lelystad

G. Bakker, p/a Cito, Postbus 1034, 6801 MG Arnhem

Mw. A. M. Dekker-Groen, Onderwijskundig Centrum van de UT, Postbus 217, 7500 AE Enschede

M. C. van Hoorn, Postbus 9025, 9703 LA Groningen

G. Schoemaker, De Dissel 11, 1251 ZA Laren